

О.В. Капустян, Х. Валеро (Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Університет Мігуеля Ернандеса, Аліканте, Іспанія)

Про траєкторні та глобальні атрактори для еволюційних систем без єдиності розв'язку

Починаючи з робіт О.А. Ладиженської та Дж. Хейла, в рамках теорії глобальних атракторів нескінченновимірних динамічних систем одержано глибокі результати щодо якісної поведінки розв'язків багатьох еволюційних рівнянь. Проте існують класи нелінійних еволюційних систем, для яких поряд з теоремами про глобальну розв'язність невідомими (як в 3D системі Нав'є-Стокса), або неприродними (як для еволюційних включень) є теореми про єдиність розв'язку задачі Коші. Це унеможливило застосування до цих задач класичних результатів згаданої теорії. На сьогодні існують два підходи до вирішення цієї проблеми. Метод многозначних напівпотоків [1, 2] має справу з многозначним відображенням (м-напівпоток) $G : R_+ \times E \mapsto 2^E$, що діє в фазовому просторі E системи за правилом:

$$G(t, z) = \{\varphi(t) : \varphi(\cdot) \in K^+, \varphi(0) = z\} \quad (1)$$

де K^+ - множина розв'язків еволюційної системи, що задовольняє певному набору аксіом. Глобальним атрактором м-напівпоток (1) в цьому випадку називається компактна, напівінваріантна множина $A \subset E$ така, що для довільної обмеженої $B \subset E$

$$\text{dist}_E(G(t, B), A) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty \quad (2)$$

Метод траєкторних атракторів [3, 4] досліджує глобальний атрактор $U \subset K^+$ класичної напівгрупи зсувів $\{T(t)\}_{t \geq 0}$,

$$T(t)\varphi(\cdot) = \varphi(\cdot + t), \forall \varphi(\cdot) \in K^+ \quad (3)$$

що діє на просторі K^+ зі спеціально вибраною топологією.

В роботі в загальному випадку відсутності єдиності розв'язку задачі Коші показано, що за виконання певних додаткових умов на множину розв'язків K^+ з існування глобального атрактору A м-напівпоток (1) впливає існування траєкторного атрактору U і справедлива рівність

$$A = U(0), \quad (4)$$

причому на ряді прикладів показана точність вказаних додаткових умов.

-
- [1] Мельник В.С. Многозначная динамика нелинейных бесконечномерных систем // Препринт 94-17, Институт кибернетики НАН Украины, 1994.
 - [2] Ball J.M. // J. Nonlin. Sci. — 1997. — 7.
 - [3] Sell G.R. // J. Dyn. Diff. Eqs. —1996. —8.
 - [4] Chepyzhov V.V., Vishik M.I. // J. Math. Pure Appl. —1997. —76.
-