

Я.О. Каліновський, Є.О. Цибульська (Інститут проблем реєстрації інформації НАН України, Київ)

Застосування розширення поля комплексних чисел для рішення обернених задач інтегральної геометрії

Методи рішення обернених задач інтегральної геометрії є основою реконструкційних алгоритмів комп'ютерної томографії. Нехай $f(x, y)$ представляє функцію поглинання випромінювання об'єктом. Проникаючий промінь інтенсивністю I_0 , проходячи через об'єкт по прямій L , змінює інтенсивність до I_{out} , де $I_{out} = I_0 e^{-\int_L f(x,y) dl}$. Звідси $\int_L f(x,y) du = P(\Theta, v)$, де $u = -x \cdot \sin\Theta + y \cdot \cos\Theta$, $v = x \cdot \cos\Theta + y \cdot \sin\Theta$, $P(\Theta, v)$ - проекція функції $f(x, y)$, виміряна під кутом Θ .

Задачею томографії є: по скінченному числу проєкцій $P(\Theta, v)$, що виміряні під різними кутами, відновити значення функції $f(x, y)$ [1].

При рішенні обернених задач інтегральної геометрії в томографії широко використовується перетворення Фур'є. При цьому великий обсяг оброблених даних комп'ютерної томографії потребують розробки високопродуктивних алгоритмів його обчислення.

На сьогодні відомі декілька методів обчислення двовимірного перетворення Фур'є з використанням гіперкомплексних числових систем кватерніонів (H) і квадриплексних чисел (K) [2]. Ми пропонуємо аналогічний метод обчислення одновимірного перетворення Фур'є з представленням даних за допомогою бікомплексної ГЧС $C \oplus C$ для застосування в алгоритмах томографічної реконструкції.

Нехай задана дійсна одновимірна послідовність довжини $T = N \times M$. Запропоновано метод переходу до двовимірної гіперкомплексної послідовності, який полягає у представленні вхідної послідовності у вигляді 4-х матриць з лінійним перетворенням її відліків. Тоді гіперкомплексне перетворення Фур'є буде формулюватися таким

$$\text{чином: } Y_p(s, r) = \sum_{m=0}^{\frac{M}{2}-1} W^{Mnr} \cdot W^{ns} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} y(m, n) \cdot W^{Nsm}.$$

Такий підхід дозволяє вдвічі скоротити кількість операцій множення порівняно з комплексним ДПФ. Аналіз обчислювальної складності даного алгоритму показав, що він дозволяє збільшити продуктивність томографічної реконструкції при великій довжині проєкційних даних.

-
- [1] Терновой К.С. Введение в современную томографию / К.С.Терновой, М.В.Синьков, А.И.Закидальский и др.; К.: Наук. думка, 1983. – 232 с.
- [2] Алиев М.В. Алгоритмы двумерного ДПФ с представлением данных в алгебре гиперкомплексных чисел / М.В.Алиев, М.А.Чичева // Труды международного семинара, посвященного 90-летию со дня рождения С.Н.Черникова. – с. 18-26. – Екатеринбург, УрО РАН, 2002
-