

В.І. Гречко, А.Л. Гречко (Націон. тех. універ. України "КПІ", Київ, Україна)

Про застосування одного узагальнення методу Ньютона-Канторовича для розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь

Розглянемо рівняння

$$x = Tx, \quad (1)$$

де T – нелінійний неперервний оператор, який переводить деяку множину D банахового простору E в себе. В роботі [1] розглядався проєктивно-ітеративний метод, згідно з яким послідовні наближення x_{n+1} до розв'язку рівняння (1) знаходяться із рівнянь

$$x_{n+1} = T(x_n) - PT'(x_n)x_n + PT'(x_n)x_{n+1}, \quad (2)$$

де P – проєкційний оператор ($P^2 = P$), який проєкує простір E в підпростір E_p ($PE \rightarrow E_p \subseteq E$). При $P = I$ (I – тотожний оператор) алгоритм (2) переходить в алгоритм Ньютона-Канторовича [2]. В роботі [1] результати дослідження алгоритму (1) сформульовані за умови Л.Канторовича: існування та обмеженості оберненого оператора $\Gamma_x = (I - PT'(x))^{-1}$ в точці x_0 яка є початковим наближенням до розв'язку.

Нехай дано інтегральне рівняння

$$x(t) = \int_0^1 K(s, t, x(s)) ds, \quad (3)$$

де $K(s, t, u)$ – неперервна функція всіх своїх аргументів, яка має неперервну похідну $K'_u(s, t, u)$.

Для розв'язування рівняння (3) алгоритм (2) буде мати вигляд

$$x_{n+1}(t) = \int_0^1 K(s, t, x_n(s)) ds - \int_0^1 \bar{K}'_x(s, t, x_n(s)) ds + \int_0^1 \bar{K}'_x(s, t, x_n(s)) x_{n+1}(s) ds, \quad (4)$$

де $\bar{K}(s, t, x_n(t)) = \sum_{k=1}^m A_k(t) B_k(t, x_n(t))$ – вироджене ядро, яке апроксимує функцію $K(s, t, x(s))$.

[1] Гречко В.І. Про оцінку похибки одного узагальненого методу Ньютона-Канторовича // ДАН УРСР, – 1972 – сер.А, №8.

[2] Канторович Л.В., Акилов Г.П., Функциональный анализ в нормированных пространствах, М. ГИ ф-м литературы, 1959 – 684с.
