М.О. Назаренко, О.М. Горохова (Київський національний університет імені Тараса Шевченка, ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана)

Про одну задачу відновлення ядра інтегрального рівняння Фредгольма першого роду за дискретною інформацією

Розглядаються інформаційні аспекти, пов’язані з однією з задач відновлення операторів та їх значень, сформульованих в загальній постановці М.П.Корнєйчуком [1].

Нехай X і Y – два нормовані простори, $L(X,Y)$ – простір лінійних обмежених операторів із X в Y. Якщо елементи $x \in X,\ y \in Y,\ A \in L(X,Y)$ пов’язані рівністю

$$Ax = y, \tag{1}$$

то виникає питання про наближене відновлення будь-якого з цих трьох елементів із співвідношення (1) за інформацією про два інших. Щодо вигляду інформації, то крім випадку, коли елемент *u відомий* (наприклад, явно заданий аналітично), будемо говорити [1], що він *слабо відомий*, якщо з нього можна зняти інформацію у вигляді вектора

$$\{ \mu_1(u), \mu_2(u), \ldots, \mu_N(u)\} \tag{2}$$

для будь-якого набору $\{ \mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_N \}$, $N \in \mathbf{N}$, $N \geq 1$, функціоналів, заданих на відповідному просторі. Ефективна оцінка похибки за дискретною інформацією (2), як правило, потребує наявності про слабо відомий елемент інформації щодо належності його деякій компактній множині. Задача, сформульована в [1] М.П. Корнєйчуком полягає у наступному:

Нехай відомі або слабо відомі елементи $x \in X,\ y \in Y$ операторного рівняння (1). Потрібно наближено відновити оператор A, знімаючи інформацію з x і y.

Для інтегрального рівняння Фредгольма І роду

$$\int_0^1 K(t,u)x(t)dt = y(u),\ x \in L_1,\ y \in C,$$

мова йде про відновлення ядра $K(t,u)$ за інформацією, яка міститься в парах функцій

$$(x_i(t), y_i(u)),\ y_i(u) = \int_0^1 K(t,u)x_i(t)dt,\ i = 1,2,\ldots,N,$$

в припущенні, що ядро $K(t,u)$ неперервне на квадраті $[0,1]\times[0,1]$ і апріорна інформація про нього задається обмеженнями на модуль неперервності .

Алгоритм дослідження задачі полягає у наступному. Спочатку вибирається скінчений набір вхідних функцій $x_i(t) \in L_1$, а потім, використовуючи інформацію $M_N(y_i)$, треба вказати оператор A_* з деякого компакту K_* лінійних операторів із L_1 в C достатньо близький до A в сенсі похибки $\|A - A_*\| = \sup\{\|Ax - A_* x\|_Y : x \in L_1, \|x\|_X \leq 1\}$.

Пропонується два варіанти наборів тестових функцій у вигляді функцій Хаара $\{\chi_i(t)\}_{i=1}^n$ і Фабера-Шаудера $\{\psi_i\}_{i=1}^n$, визначених згідно [2,3], для яких отримані відповідні оцінки похибок відновлення ядра $K(t,u)$ в просторі C .

[1] Корнейчук Н.П. Информационные аспекты в теории приближения и восстановление операторов.// Укр.Мат.Журн.– 1999. – 51, №3.

[2] Голубов Б.И. О рядах Фурье непрерывных функций по системе Хаара // Изв. АН СССР. Серия. матем. – 1964. – **28**, №6.

[3] Faber G. Uber die Orthogonalfunctionen des Herrn Haar. // Jahresber. Deutsch. Match. Verein. – 1919. – V.19. – P. 104-112.