

Д.Г.Гордезиани, Т.Д.Давиташвили, Г.В.Меладзе, Н.М.Схиртладзе (Тбилисский Государственный Университет им.И.Джавахишвили, Грузинский Университет им. Святого Андрея Первозванного, Кавказский Университет,Тбилиси, Грузия)

Решение нелокальных задач с интегральными краевыми условиями для некоторых уравнений математической физики

Рассматривается нелокальная задача:

$$Lu \equiv - \sum_{i=0}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_i(x_0, x) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) + a(x_0, x)u = f(x_0, x), \quad (1)$$

$$\bar{x} \equiv (x_0, x), \quad x = (x_1, \dots, x_n) \in D, \quad \bar{x} \in \Omega = (a, b) \times D,$$

$$\left(\underline{\xi} - a \right)^{-1} \int_a^{\underline{\xi}} u(\mu, x) d\mu = \varphi_1(x), \quad x = (x_1, \dots, x_n) \in D, \quad (2)$$

$$\left(b - \bar{\xi} \right)^{-1} \int_{\bar{\xi}}^b u(\mu, x) d\mu = \varphi_2(x), \quad x = (x_1, \dots, x_n) \in D, \quad (3)$$

$$l u(x_0, x) = \varphi(x_0, x), \quad x_0 \in [a, b] \times \Gamma, \quad (4)$$

где $a < \underline{\xi} < \bar{\xi} < b$, $f(x_0, x)$, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi(x_0, x)$ – заданные каждая в своей области определения достаточно гладкие функции, D – n -мерная область с границей Γ ($\bar{D} = D \cup \Gamma$), ограниченная кусочно-гладкой поверхностью Ляпунова, $a_i(x_0, x) \geq \alpha_i = const > 0$ ($i = \overline{0, n}$), $a(x_0, x) \geq 0$, $a, b = const > 0$; l – один из вариантов классического граничного оператора.

В определённых условиях, налагаемых на $a_i(x_0, x)$, $a(x_0, x)$ ($i = \overline{0, n}$), на усредненные граничные значения $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, на значение $\varphi(x_0, x)$ – классического граничного условия, исследуется корректность поставленной задачи (существование решения, единственность и другие свойства). Исследование опирается на некоторые обобщения формул Грина (см.[4]) и определенные равенства, полученные на основе этого обобщения. Методику исследования нетрудно перенести на случай нестационарных уравнений. Исследуемая задача представляет обобщение результатов работ [1]- [4] и др.

- [1] Бицадзе А.В., Самарский А.А. // О некоторых обобщениях линейных эллиптических задач - ДАН СССР, 1969 – т.185, №4, – стр.739-740.
 - [2] Cannon J.R. // The Solution of the Heat Equation Subject to the Specification of Energy - Quart. Appl. Math. – 21, 1963, – pp.155-160.
 - [3] Гордезиани Д.Г. // Об одном методе решения краевой задачи Бицадзе-Самарского - Семинар ИПМ ТГУ, Аннотация доклада, 1970 – стр.39-40.
 - [4] Гордезиани Д.Г. О методах решения одного класса нелокальных краевых задач – Тбилиси, изд. Тбилисского университета, 1981.
-