

О.В. Головченко (НДУ імені Миколи Гоголя, м. Ніжин, Україна)

Асимптотичний аналіз лінійних систем диференціальних рівнянь з параметром та іррегулярною особливою точкою

Проведено асимптотичний аналіз загального розв'язку лінійної сингулярно збуреної системи диференціальних рівнянь

$$\varepsilon^h \frac{dz}{dx} = x^g A(x, \varepsilon) z + f(x, \varepsilon) \exp \left(\varepsilon^{-h} \frac{\theta x^{g+1}}{g+1} \right) \quad (1)$$

з іррегулярною особливою точкою $x = \infty$, де $z(x, \varepsilon)$ – шуканий n -вимірний вектор, ε – малий комплексний параметр: $\varepsilon \in \pi_\varepsilon = \{0 < |\varepsilon| < \varepsilon_0, \gamma \leq \arg \varepsilon \leq \delta\}$, x – комплексна змінна: $x \in S = \{|x| \geq a, \alpha \leq \arg x \leq \beta\}$, h і g – натуральні числа; $A(x, \varepsilon)$, $f(x, \varepsilon)$ – квадратна матриця n -го порядку та n -вимірний вектор, які в областях S та π_ε допускають асимптотичні розвинення

$$A(x, \varepsilon) \sim \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k x^{-s} A_{sk},$$

$$f(x, \varepsilon) \sim \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k x^{-s} f_{sk},$$

θ – комплексне число.

В роботі передбачається, що гранична матриця A_{00} системи (1) має власне значення λ_{00} кратності n , якому відповідає один елементарний дільник такої самої кратності або кілька елементарних дільників як однакової так і різної кратності. Показано, що розв'язки відповідної однорідної системи можна подати у вигляді подвійних розвинень за дробовими степенями параметра та відношення незалежної змінної та параметра. Використовуючи методи збурень лінійних операторів та просторовий аналог діаграм Ньютона [1, 2], для кожного з випадків виведено рівняння розгалуження. Аналіз коефіцієнтів цих рівнянь дає можливість встановити залежність структури відповідних формальних розвинень від поведінки збурювальних матриць.

Проведено повне дослідження питання про побудову частинного розв'язку неоднорідної системи у випадку резонансу ($\theta = \lambda_0$).

Встановлено асимптотичний характер побудованих розв'язків при $\varepsilon \rightarrow 0$, $x \rightarrow \infty$.

Отримані результати застосовано до розв'язання конкретних задач.

- [1] Самойленко А.М., Шкіль М.І., Яковець В.П. Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженнями. – К.: Вища школа, 2000. – 294с.
 - [2] Айзенгендлер П.Г. Метод диаграмм Ньютона для уравнений с несколькими малыми параметрами и его приложения. – Псков, 1989. – 52с. – Деп. в ВИНТИ, №6852-89.
-