

І. Єгорова (Фізико-технічний інститут низьких температур НАНУ, Україна),
Й. Міхор, Г. Тешл (Віденський університет, Австрія)

Ієрархія Тода з асимптотично скінченно-зонними початковими даними типу сходінки

Метод оберненої задачі розсіювання, який є найпотужнішим засобом розв'язування нелінійних цілком інтегровних рівнянь та систем (у тому числі і різницевих), застосовується здебільшого для початкових даних, що є спадаючими або прямуючими до різних сталих на півосях. Ми пропонуємо узагальнення цього метода для розв'язання задачі Коші для ієрархії Тода з асимптотично скінченно - зонними початковими даними типу сходінки, що мають другий момент збурення скінченним.

Як відомо, ієрархія Тода припускає зображення у вигляді рівняння Лакса

$$\frac{d}{dt}H(t) - [P_{2r+2}(t), H(t)] = 0, \quad t \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

де

$$(H(t)y)(n) = a(n-1, t)y(n-1) + b(n, t)y(n) + a(n, t)y(n+1)$$

є оператором Якобі на всій осі. Припустимо, що у початковий момент часу $t = t_0$ виконано умову

$$\sum_{n=0}^{\pm\infty} n^2 \left(|a(n, t) - a^{\pm}(n, t)| + |b(n, t) - b^{\pm}(n, t)| \right) < \infty, \quad (2)$$

де $a^+(n, t)$, $b^+(n, t)$ та $a^-(n, t)$, $b^-(n, t)$ - це два довільні скінченно - зонні розв'язки ієрархії Тода. Ми доводимо, що тоді існує єдиний розв'язок рівняння (1), що задовольняє умову (2) для всіх значень часової змінної.

Цей розв'язок може бути отримано за допомогою рівнянь Марченко на півосях, які еволюціонують за часом згідно еволюції відповідних скінченно - зонних ієрархій. Ми виводимо цю еволюцію, а також еволюцію даних розсіювання. Відзначимо, що відповідну пряму та обернену задачі розсіювання було розв'язано у роботі [1].

- [1] I. Egorova, J. Michor, and G. Teschl, *Scattering theory for Jacobi operators with general steplike quasi-periodic background*, Zh. Mat. Fiz. Anal. Geom. **4:1**, 33–62 (2008).
-