

Эфендиев В.В. (ОНУ им. И.И. Мечникова, Одесса, Украина)

Синергетическая задача усреднения в управлении медленными переменными с отклоняющимися аргументами

Анализ возмущенных динамических моделей, независимо от объекта исследования – в механике, физике, в биологии, социологии, в экономике – сводится к абстрактному анализу в общем случае нелинейных дифференциальных уравнений с малым множителем при производных или при правой части, т.е. сводится к задачам синергетики. Сингулярно возмущенные задачи социологии, экономики в условиях теоремы А.Н. Тихонова, а также задачи с малым множителем при правой части, т.е. содержащие медленные переменные, в условиях метода усреднения классифицируются как задачи синергетической экономики. Практика инвестиций экономических проектов, условий кредита, становления и модернизации производства и т.д. указывает на наличие лага запаздываний, т.е. на необходимость введения в математическую модель отклоняющихся аргументов.

За исходную взята следующая возмущенная задача управления:

$$\dot{x} = \varepsilon X(t, z(t - p(t)), z, u), \quad \dot{y} = Y(t, z) + \varepsilon Q(t, z(t - p(t)), z, u),$$

$$z(t)|_{t \in [-\Delta, 0]} = \Theta(t),$$

$$I(u) = \Phi(z(T, \varepsilon)) \rightarrow \min_{u(t) \in U},$$

где ε – малый параметр, $\varepsilon > 0$, $\varepsilon \ll 1$, $T = L/\varepsilon$, $L = \text{const}$, $L > 0$, x, y, z – соответственно $k, l, (k + l)$ -мерные фазовые вектора, $z \equiv (x', y')'$, штрих означает транспонирование, $u \in U$ – кусочно-непрерывный g -мерный вектор управления, U – компактное множество, $p(t)$, $\theta(t)$ – $(k+l)$ -мерные функции, $\Delta > 0 - \text{const}$. $0 < p_i(t) < \Delta$, $i = 1, 2, \dots, k+l$, $\Phi(z) \in C_z^2$.

Заметим, что здесь скорость изменения фазовой переменной x имеет порядок ε и поэтому переменная x является медленной, а скорости изменения y и t имеют порядок 1, поэтому y , вообще говоря, в сравнении с t не является быстрой.

В силу принципа максимума Л.С. Понтрягина исходная задача сведена к краевой, которая усреднена. Обоснована асимптотическая близость решений исходной и соответствующих компонент усредненной задач. Это дает эффективный алгоритм асимптотического решения исходной задачи.
