

А.В. Довженко, П.І. Когут (Дніпропетровський національний університет ім. О.Гончара, Україна)

Про відображення в парі нормованих просторів та концепцію їх ω -напівнеперервності знизу.

Добре відомим фактом класичної теорії варіаційного числення є тісний зв'язок між властивістю напівнеперервності знизу(н.н.з.) функцій $f : X \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$, де X – нормований простір(н.п.), та замкнутістю їх надграфіків.[1] Проте у випадку, коли f є відображенням з н.п. X в частково впорядкований за деяким конусом н.п. Y , аналогічний результат є хибним.

Метою даної роботи є дослідження топологічних властивостей відображень, які діють в парі н.п. X та Y . Вважається, що Y є топологічно двоїтим простором до сепарабельного банахового простору V , і на Y задано частковий порядок, який породжено загостреним конусом (з можливо пустою внутрішністю). Показано, що визначальними для відображень $f : X \rightarrow Y$ є властивості їх надграфіків в добутку сильної топології X та $*$ -слабкої топології простору Y (надалі τ -топологія на $X \times Y$). Це дозволило виділити клас ω -н.н.з. відображень, для яких має місце наступний результат:

Теорема 1 *Нехай C є $*$ -слабко замкненим, загостреним, мініедральним конусом, який задає частковий порядок в Y . Надграфік відображення f є τ -замкненим в $X \times Y$ тоді і тільки тоді, коли f є ω -н.н.з. на X .*

Досліджено властивості ω -н.н.з. відображень $f : X \rightarrow Y$ та наведено їх порівняння з класичними властивостями н.н.з. та квазі-н.н.з. відображень. Встановлено, що поняття ω -н.н.з. є проміжним між означеними вище класами відображень. Отримано достатні умови, за яких відображення є ω -н.н.з. як в точці так і на множині. Наводяться численні приклади відображень в парах нескінченновимірних просторів, які ілюструють суттєву відмінність запропонованого поняття н.н.з. від уже існуючих понять н.н.з. та його застосування до задач векторної оптимізації.

[1] Обен Ж.-П., Экланд И. Прикладной нелинейный анализ — М.: Мир, 1982.

[2] Довженко А.В., Когут П.І. Квазі-напівнеперервна знизу регуляризація відображень в банахових просторах. — Вісник Дніпропетр. ун-ту, Математика, — 2009, — Т.18, С. 60—72.
