

Ж.І.Довгей (Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича, Україна)

Вербальні підгрупи групи трикутних автоморфізмів кільця многочленів від двох змінних над полем характеристики 0

Нехай $AutK[x, y]$ є групою автоморфізмів кільця $K[x, y]$ многочленів від двох змінних над полем K . Кожен автоморфізм $\varphi \in AutK[x, y]$ задається (див.[1]) парою вигляду $\langle a_1(x, y), a_2(x, y) \rangle$, де $a_1(x, y), a_2(x, y) \in K[x, y]$. Його дія на довільний многочлен $f(x, y) \in K[x, y]$ визначається рівністю

$$\varphi(f(x, y)) = f(a_1(x, y), a_2(x, y)).$$

Автоморфізм φ називається трикутним, якщо йому відповідає пара

$$\langle \alpha_1 x + b_1, \alpha_2 y + b_2(x) \rangle, \alpha_1, \alpha_2 \in K, \alpha_1 \cdot \alpha_2 \neq 0, b_2(x) \in K[x].$$

Всі трикутні автоморфізми із $AutK[x, y]$ утворюють підгрупу, яка називається афінною групою Жонк'єра і позначається $J_2(K)$.

Група $J_2(K)$ містить підгрупу $UJ_2(K)$ автоморфізмів вигляду $\langle x + b_1, y + b_2(x) \rangle$ і підгрупу $H_2(K)$ автоморфізмів вигляду $\langle x, y + b_2(x) \rangle, b_1 \in K, b_2(x) \in K[x]$.

Теорема 1. Ряд підгруп

$$J_2(K) > UJ_2(K) > H_2(K) > \{1\}$$

збігається з рядом комутантів групи $J_2(K)$. Кожен елемент $UJ_2(K)$ є комутатором деяких елементів $J_2(K)$, кожен елемент $H_2(K)$ є комутатором певних елементів $UJ_2(K)$.

Групове слово $\omega(x_1, x_2, \dots, x_n)$ (елемент вільної групи з твірними x_1, x_2, \dots) називається комутаторним, якщо воно міститься в комутанті вільної групи. Для визначення вербальної підгрупи див. [2].

Теорема 2. Кожна вербальна підгрупа групи $J_2(K)$, яка задається деяким комутаторним словом, збігається з певним членом ряду комутантів цієї групи.

[1] Alexander A.Mikhalev, Vladimir Shpilrain, Jie-Tai Yu, Combinatorial methods. Free Group, Polynomial and Free Algebra. Berlin etc.:Springer, 2004, 314 p.

[2] Неймен Х. Многообразия групп.— М.: Мир, 1969.- 264 с.