

Н.Л. Денисенко (НТУУ "КПІ", Київ, Україна)

## Про періодичні розв'язки системи нелінійних диференціально-функціональних рівнянь із лінійними відхиленнями аргументу та їх властивості

Досліджується питання існування  $T$ -періодичних розв'язків системи нелінійних диференціально-функціональних рівнянь вигляду

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(t, x(t), x(\lambda_1 t), \dots, x(\lambda_k t)), \quad (1)$$

у випадку, коли  $\lambda_i \in N$ ,  $i = \overline{1, k}$ ,  $t \in R$ ;  $A$  — дійсна стала  $(n \times n)$ -матриця, власні числа  $a_j(A)$  якої задовольняють умову  $Re a_j(A) \neq 0$ ,  $j = \overline{1, n}$ ; вектор-функція  $f : R \times R^n \times \dots \times R^n \rightarrow R^n$  є неперервною за всіма змінними і  $T$ -періодичною за  $t$ .

Має місце наступна теорема.

**Теорема 1.** *Нехай виконуються умови:*

- 1) *власні значення  $a_j(A)$ ,  $j = \overline{1, n}$ , матриці  $A$  такі, що  $Re a_i(A) < 0$  при  $i = 1, \dots, p$ ,  $Re a_j(A) > 0$  при  $j = p + 1, \dots, n$ , ( $0 < p \leq n$ );*
- 2) *всі компоненти вектор-функції  $f(t, y_0, y_1, \dots, y_k)$  є неперервними за всіма змінними  $T$ -періодичними за  $t$  функціями і  $\max_{t \in R} |f(t, 0, \dots, 0)| \leq f^* < \infty$ ;*
- 3)  $|f(t, \tilde{y}_0, \tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_k) - f(t, \tilde{y}'_0, \tilde{y}'_1, \dots, \tilde{y}'_k)| \leq l \sum_{i=0}^k |\tilde{y}_i - \tilde{y}'_i|$ ,  
*де  $t \in R$ ,  $\tilde{y}_i, \tilde{y}'_i \in R^n$ ,  $i = \overline{0, k}$ ,  $l = const > 0$ .*

Тоді при достатньо малому  $l$  існує єдиний неперервний  $T$ -періодичний розв'язок  $\bar{x}(t)$  системи рівнянь (1).

Крім цього доведено, що якщо виконуються умови теореми 1, то при достатньо малому  $l$  система рівнянь (1) має сім'ю неперервно диференційованих обмежених при  $t \in [0, +\infty)$  розв'язків  $x_+(t)$ , що залежить від  $p$  довільних сталих, які прямують до  $T$ -періодичного розв'язку  $\bar{x}(t)$  при  $t \rightarrow +\infty$  і сім'ю неперервно диференційованих обмежених при  $t \in (-\infty, 0]$  розв'язків  $x_-(t)$ , що залежить від  $n - p$  довільних сталих, які прямують до  $T$ -періодичного розв'язку  $\bar{x}(t)$  при  $t \rightarrow -\infty$ .

---