О.Ю.Дашкова (Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев)

Модули над групповыми кольцами коммутативных нетеровых колец

В [1] было введено понятие центральной размерности бесконечномерной линейной группы. Если H - подгруппа группы $GL(F,A)$, то H естественным образом действует на фактор-пространстве $A/C_A(H)$. Размерность $dim_F(A/C_A(H))$ обозначается через $centdim_F(H)$. Говорят, что H имеет конечную центральную размерность, если $centdim_F(H)$ конечна, и H имеет бесконечную центральную размерность, если $centdim_F(H)$ бесконечна. В настоящей работе введен аналог понятия конечной центральной размерности применительно к теории модулей. Пусть A - $\mathbf{R}G$-модуль, $\mathbf{R}$ - коммутативное кольцо, G - группа. В группе G рассматривается множество подгрупп, коцентрализаторы которых в модуле A являются нетеровыми $\mathbf{R}$-модулями.

Далее исследуется $\mathbf{R}$G-модуль A в случае, когда $\mathbf{R}$ - коммутативное нетерово кольцо, $C_G(A)=1$, $A/C_A(G)$ не является нетеровым $\mathbf{R}$-модулем. Символом $r_p(G)$ обозначен секционный p-ранг группы G в случае, когда p - простое число, и 0-ранг группы G в случае, когда $p=0$. Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Пусть A - $\mathbf{R}G$-модуль, G - разрешимая группа, и ранг $r_p(G)$ бесконечен для некоторого $p \geq 0$. Предположим, что для каждой собственной подгруппы M группы G, такой, что $r_p(M)$ бесконечен, коцентрализатор подгруппы M в A является нетеровым $\mathbf{R}$-модулем. Тогда G обладает рядом нормальных подгрупп $H \leq N \leq G$, таких, что подгруппа H абелева, фактор-группа N/H нильпотентна, а фактор-группа G/N изоморфна C_{q^∞} для некоторого простого числа q.

Теорема 2. Пусть A - $\mathbf{R}G$модуль, G - разрешимая группа бесконечного абелева секционного ранга. Предположим, что коцентрализатор каждой собственной подгруппы бесконечного абелева секционного ранга в A является нетеровым $\mathbf{R}$-модулем. Тогда G обладает рядом нормальных подгрупп $H \leq N \leq G$, таких, что подгруппа H абелева, фактор-группа N/H нильпотентна, а фактор-группа G/N изоморфна C_{q^∞} для некоторого простого числа q.

Теорема 3. Пусть A - $\mathbf{R}G$модуль, G - разрешимая группа бесконечного специального ранга. Предположим, что коцентрализатор каждой собственной подгруппы бесконечного специального ранга в A является нетеровым $\mathbf{R}$-модулем. Тогда G обладает рядом нормальных подгрупп $H \leq N \leq G$, таких, что подгруппа H абелева, фактор-группа N/H нильпотентна, а фактор-группа G/N изоморфна C_{q^∞} для некоторого простого числа q.

[1] Dixon M. R., Evans M. J., Kurdachenko L. A. Linear groups with the minimal condition on subgroups of infinite central dimension//Journal Algebra. 2004. V.277. №1. P. 172-186.