І.Є. Черненко (Херсонський державний університет, Херсон, Україна)

Неперіодичні розширення з трьома інволюціями квазіцентральної підгрупи за допомогою групи кватерніонів

У теорії груп багато робіт присвячено дослідженню груп з обмеженням нормальності для певних систем підгруп. У роботах [1,2] наводяться описи груп, що є розширеннями квазіцентральної підгрупи за допомогою групи кватерніонів. Підгрупа групи G називається квазіцентральною в G, якщо всі її підгрупи нормальні в G. В даній роботі описані групи G з трьома інволюціями, що є розширеннями квазіцентральної підгрупи за допомогою групи кватерніонів Q_8.

Т е о р е м а 1. Неперіодичні групи G з трьома інволюціями, що є розширеннями своєї квазіцентральної підгрупи F за допомогою Q_8 мають вигляд

$$G = F \cdot H = L \cdot X, \tag{1}$$

де $F = L \times D$, L - квазіцентральна неперіодична абелева підгрупа групи G, D - неодинична локально циклічна силовська 2-підгрупа, в якій не більше, ніж три інволюції, $X = D \cdot H$, $H =< a,b >$, $\mid a \mid \in \{2^{\alpha}, \infty\}$, $\alpha > 1$, $\mid b \mid \in \left\{2^{\beta}, \infty\right\}$, $\beta > 1$, $[\, a,b \,] = c = 1$, $[< c >, F\,] = 1$, $F \cap H = Z \supset f$, $f = a^2b^2$, $C_G(\omega(H)) \supset F$ і є групами наступних типів:

1. $G = L \; \lambda \; X$, X - група одного з типів 1-12 теореми 2 роботи [2];

2. $G = L \; \cdot X$, $X = D \; \lambda \; H$, $H =< a > \lambda < b >$, $\mid a \mid = \infty$, $\mid b \mid = 4$, $c = a^{-2}$, $[F, < a >] = 1$, $\forall u \in F \;\; b^{-1}ub = u^{-1}$, $Z = L \cap H = L \cap X =< f >$;

3. $G = L \; \cdot X$, $X = D \; \times \; H$, $H =< a > \lambda < b >$, $\mid a \mid = 4$, $\mid b \mid = \infty$, $c = a^2$, $[F, < a >] = 1$, $Z = L \cap H = L \cap X =< f >$;

4. $G = L \; \cdot X$, $X = D \; \cdot \; H$, $H = (< c > \times < a >) \; \lambda < b >$, $\mid c \mid = 2$, $\mid a \mid = 2^{\alpha}$, $\mid b \mid = \infty$, $D \; \cap \; H =< ca^2 >$, $[F, H] = 1$, $Z =< ca^2 > \times < f >$;

5. $G = L \; \cdot X$, $X = D \; \times \; H$, $H = (< c > \times < a >) \; \lambda < b >$, $\mid c \mid = 2$, $\mid a \mid = \infty$, $\mid b \mid = \infty$, $D \; \cap \; H =< ca^2 >$, $[F, H] = 1$, $Z =< ca^2 > \times < f >$.

[1] Кузенный Н.Ф., Субботин И.Я., Томанек Л. О некоторых расширениях квазициклических групп.// Zbornik Ped.fak. v Presove UPJS v Kosiciach.- Roc.XXIV.- zv.1.-1990.- s.99-123.

[2] Черненко І.Є. Розширення нормальних підгруп з певними силовськими 2-підгрупами за допомогою групи кватерніонів// Вісник Київського Університету. Серія: фіз.-мат. науки. - 2001. -№ 4. -с. 87-91.