Я.М. Чабанюк, І.М. Подун, Г.І. Білущак (Нац. ун-т "Львів. політехніка", Львів, Україна)

Стійкість стрибкової еволюції в марковському середовищі

Стрибкова еволюція в марковському середовищі в схемі дифузійної апроксимації задається співвідношенням [1]

$$u^\varepsilon(t) = u + \varepsilon^2 \sum_{k=0}^{\nu(t/\varepsilon^2)-1} C^\varepsilon(u_k^\varepsilon, x_k^\varepsilon), u^\varepsilon(0) = u, t > 0, (\sum_{k=0}^{-1} a_k^\varepsilon C^\varepsilon(u_k^\varepsilon, x_k^\varepsilon) := 0), \tag{1}$$

де функція $C^\varepsilon(u,x) := C(u,x) + \varepsilon^{-1} C_0(u,x), u \in R^d, x \in X$, така, що задовольняє умовам існування глобального розв'язку супроводжуючих систем [2] $du_x(t)/dt = C^\varepsilon(u_x(t),x), x \in X$, $\nu(t) := \max\{n : \tau_n \leq t\}, t \geq 0$ - лічильний процес числа стрибків рівномірно ергодичного марковського процесу (МП) $x(t), t \geq 0$, в стандартному фазовому просторі $(X, \boldsymbol{X})$; $\tau_n, n \geq 0$, - моменти марковського відновлення МП $x(t), t \geq 0$. МП $x(t), t \geq 0$, задається породжуючим оператором [2] $Q\varphi(x) := q(x) \int_X P(x,dy)[\varphi(y) - \varphi(x)]$, у банаховому просторі $B(X)$ дійснозначних функцій $\varphi(x)$, $x \in X$, з супремум нормою $\|\varphi(x)\| := \sup_{x\in X} \mid \varphi(x) \mid$, де $q(x)$- інтенсивність, така, що $\|q(x)\| := \sup_{x \in X} q(x) < \infty$, а стохастичне ядро $P(x,B), x \in X, B \in \boldsymbol{X}$, задається ймовірностями переходу вкладеного ланцюга Маркова $x_n := x(\tau_n), n \geq 0$, зі стаціонарним розподілом [2] $\rho(B), \quad B \in \boldsymbol{X}$.

Введемо мажоранти $\overline{C}(u) := \max_{x \in X} (|C(u,x)| + |C_0(u,x)|)$, та допоміжні функції $w_k(u) := \bar{C}(u) w'_{k-1}(u), \quad k = 1,2,3;$ $w_0(u) := \bar{C}(u) V'(u)$, де $V(u)$ - функція Ляпунова для усередненої динамічної системи

$$du(t)/dt = C(u(t)), C(u) := q \int_X \rho(dx) C(u,x), u(0) = u. \tag{2}$$

Теорема. Нехай існує функція Ляпунова $V(u)$ для усередненої динамічної системи (2), така, що: 1)$\hat{L}_t V(u) \leq -cV(u)$; 2)$w_k(u) \leq c_k V(u)$, де $\hat{L}_t V(u) = C(u)V'(u) + \hat{D}V(u)$, $\hat{D}V(u) = b(u)V'(u) + \frac{1}{2}B(u)V''(u)$. В умовах балансу для збурюючої функції регресії $\int_X \rho(dx) C_0(u,x) \equiv 0$, розв'язок стохастичної системи (1) асимптотично стійкий з ймовірністю 1: $P\{\lim_{t\to\infty} \parallel u^\varepsilon(t) \parallel = 0\} = 1$.

[1] Чабанюк Я.М., Подун І.М.. Асимптотичні представлення генератора стрибкової еволюції з швидкими марковськими переключеннями. Вісник Кам'янець-Подільського національного університету, Серія Інформатика. 2008.

[2] Korolyuk V. S., Limnios N. Stochastic Systems in Merging Phase Space,– :World Scientific Publishing, 2005.