Д.В. Буряк (Одесский национальный политехнический университет, Одесса, Украина)
А.А. Тингаев (Одесский институт финансов УГУФМТ, Одесса, Украина)

Поведение решений сингулярных систем с функциями Ляпунова и их продолжение на максимально возможный промежуток

Изучается вопрос существования решений системы сингулярных дифференциальных уравнений первого порядка, продолжаемых на максимально возможный промежуток, вида

$$\begin{cases} g_k(x)q_k(V_k)y_i' = f_i(x, y_1, ..., y_n, V_1, ..., V_p), \\ k = \overline{1, p}, \\ i = \overline{n_{k-1}+1,\ n_k}, \end{cases}$$

где $0 = n_0 < n_1 < ... < n_p = n$;

$g_k(x) \in C(0; l-\delta]$, $g_k(x) > 0$ для всех $x \in (0; l-\delta]$, $0 < \delta \approx 0$, $\delta \in R$, l — расстояние (конечное или бесконечное) от точки $x = 0$ либо до ближайшего к ней нуля функции $g_k(x)$, либо до точки, в которой функция $g_k(x)$ не определена;

$q_k(V_k) \in C^1(R^+ \cup \{0\})$, $q_k(V_k)$ имеют соответствующее конечное или счетное не пустое множество A_k нулей;

$f_i(x, y_1, ..., y_n, V_1, ..., V_p) \in C^{0,1,..1,\ 1,...,1}_{x, y_1, ..., y_n, V_1, ..., V_p}(\{x \in (0, l-\delta]\} \times \{y \in R^n\} \times \{V_k \in R^+ \setminus A_k\})$.

Получены достаточные условия существования таких решений. Исследование основано на применении качественного метода кривых и поверхностей без контакта.

Такая задача для рассматриваемых систем поставлена впервые. Характерно, что существование решений исследуется не вблизи изолированной особой точки [1], а вблизи особой поверхности на промежутке наперед заданной длины. Этот факт значительно расширяет класс изучаемых сингулярных уравнений и их систем, что, в свою очередь, приводит к более широким практическим приложениям.

В качестве примера рассматривается следующая система сингулярных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \left(x\ln^2\frac{1}{x}\right)\left(\sin^2\left(y_1^2+y_2^2\right)\right)y_1' = e^{-\frac{1}{\sin^2\left(y_1^2+y_2^2\right)}}\operatorname{arctg}(y_3y_4); \\ \left(x\ln^2\frac{1}{x}\right)\left(\sin^2\left(y_1^2+y_2^2\right)\right)y_2' = e^{-\frac{1}{\sin^2\left(y_1^2+y_2^2\right)}}\sin(y_3y_4); \\ \left(x^\nu\right)\left(\ln\left(y_3^4+y_4^4\right)\right)y_3' = e^{-\frac{1}{y_3^4+y_4^4-1}}\frac{1}{y_1^2+y_2^2+1}; \\ \left(x^\nu\right)\left(\ln\left(y_3^4+y_4^4\right)\right)y_4' = e^{-\frac{1}{y_3^4+y_4^4-1}}\sin(y_1y_2). \end{cases}$$

[1] Grabovskaya R.G., Tingaev A.A. Continuation of singular systems solutions' with Lyapunov functions / R.G. Grabovskaya, A.A. Tingaev // Матеріали міжнар. конф. "Intern. Conf. on the occasion of the 150th birthday of A.M. Lyapunov", 24 — 30 червня 2007р. — Харків, 2007. — С. 53-54.