Р.В. Андрусяк, Н.О. Бурдейна (Львівський національний університет імені Івана Франка)

Класична розв'язність гіперболічної квазілінійної задачі

Математичні моделі багатьох різноманітних фізичних процесів приводять до задач для систем гіперболічних рівнянь. Для таких задач, як правило, основними результатами є встановлення існування та єдиності локального і глобального узагальнених розв'язків [1].

В області $G_T^a = \{(x,t) \in \boldsymbol{R}^2 : a_1(t) < x < a_2(t),\ 0 < t < T\}$ розглянемо систему квазілінійних гіперболічних рівнянь

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \lambda_i(x,t,u)\frac{\partial u_i}{\partial x} = f_i(x,t,u),\ i=\overline{1,n},\ u=(u_1,...,u_n) \tag{1}$$

з початковими умовами

$$u_i(x,0) = g_i(x), \quad a_1^0 \le x \le a_2^0, \quad i=\overline{1,n}. \tag{2}$$

Ввівши множини індексів $I_k = \{i:\ sgn[\lambda_i(a_k^0, 0, g(a_k^0)) - a_k'(0)] = (-1)^{k+1}\}, \quad k=1,2,$ задамо крайові умови наступним чином

$$\begin{gathered}\sum_{j=1}^{n}\Big(\beta_{ij}^1(t)u_j(a_1(t),t) + \beta_{ij}^2(t)u_j(a_2(t),t)\Big)+ \\ +\int_0^t \gamma_i^1(t,\tau,u(a_1(\tau),\tau),u(a_2(\tau),\tau))d\tau = \mu_i(t), \quad i=\overline{1,m_1+m_2},\ 0\le t\le T,\end{gathered} \tag{3}$$

де m_k - кількість елементів множини $I_k,\ k=1,2.$

За допомогою методу характеристик та теореми Банаха про стискуючі відображення встановлені локальна та глобальна класичні розв'язності задачі (1)-(3).

[1] Мышкис А.Д., Филимонов А.М. О глобальной непрерывной разрешимости смешанной задачи для одномерных гиперболических систем квазилинейных уравнений // Дифференц. уравнения. – 2008. – **44,** №3. – С.394-407.