

Билалов Билал, Асланов Гамидулла, Гусейнов Зафар (Инс. мат. и мех., Баку, Сумг. Гос. Университет, Сумгаит, Азербайджан)

## О базисах из возмущенных систем синусов и косинусов в Лебеговых пространствах с переменным показателем суммируемости

Рассматриваются следующие системы синусов и косинусов

$$\{\sin(n - \alpha)t\}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

$$\{\cos(n - \alpha)t\}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где  $\alpha \in \mathbb{C}$ -комплексный параметр. Пусть  $p: [0, \pi] \rightarrow [1, +\infty)$ -некоторая измеримая функция и  $L_{p_t} \equiv L_{p_t}(0, \pi)$ -Лебегово пространство функций с переменным показателем суммируемости  $p(t)$

с нормой  $\|f\|_{p_t} \equiv \inf \left\{ \lambda > 0 : I_{p_t} \left( \frac{f}{\lambda} \leq 1 \right) \right\}$ , где

$$I_{p_t}(f) \equiv \int_0^\pi |f(t)|^{p(t)} dt.$$

При  $\sup_{(0, \pi)} p(t) < +\infty$ ,  $L_{p_t}$ -банахово пространство (см. напр. [1]). Обозначим через  $H^{\text{ln}}$  следующий класс:

$$H^{\text{ln}} \equiv \left\{ p : \exists c > 0; \forall t_1, t_2 \in [0, \pi], |t_1 - t_2| \leq \frac{1}{2} \Rightarrow |p(t_1) - p(t_2)| \leq \frac{c}{-\ln|t_1 - t_2|} \right\}.$$

Доказана следующая

**Теорема.** Пусть  $p \in H^{\text{ln}}$ ,  $\min_{[0, \pi]} p(t) > 1$ . Система синусов (1) образует базис в  $L_{p_t}^0$  только

тогда, когда  $-\frac{1}{2p(\pi)} < \text{Re } \alpha < \frac{1}{2q(\pi)} + \frac{1}{2}$ .

Более того, она полна в  $L_{p_t} \Leftrightarrow \text{Re } \alpha \geq -\frac{1}{2p(\pi)}$ ; минимальна в  $L_{p_t} \Leftrightarrow \text{Re } \alpha < \frac{1}{2q(\pi)} + \frac{1}{2}$ ,

где  $\frac{1}{p(\pi)} + \frac{1}{q(\pi)} = 1$ .

Аналогичный результат получен и относительно системы косинусов (2).

[1] Xianling F., Dun Z. On the spaces  $L^{p(x)}(\Omega)$  and  $W^{m, p(x)}(\Omega)$  // Journal of Math. Anal. and Appl. - 2001. - 263, pp. 424-446.