

## Практическое занятие 9

1. Случайная величина  $\xi$  имеет распределение

$$x_k \mid -1 \mid 0 \mid 1 \mid 2$$

---

$$p_k \mid 0.2 \mid 0.2 \mid 0.3 \mid 0.3$$

Найти  $M\xi$ ,  $M(2\xi + 1)$ ,  $M\xi^2$ ,  $M(\xi - 1)^2$ .

2. Случайная величина  $\xi$  имеет плотность

$$p(x) = \begin{cases} (x + 1/2), & x \in [0; 1] \\ 0, & x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Найти  $M\xi$ ,  $M\xi^2$ ,  $M\xi^{10}$ .

3. Пусть  $\xi$  – случайная величина из задачи №1,  $\eta$  – случайная величина, имеющая показательное распределение с параметром 1. Предположим, что  $\xi$  и  $\eta$  независимы.

Найти  $M\eta$ ,  $M\eta^2$ ,  $M\eta^n$ ,  $M(2\xi + 3\eta)$ ,  $M(\xi + \eta)^2$ ,  $M(\xi - 1)^2(\eta - 1)^2$ .

4. Время работы лампочки до перегорания – показательная случайная величина с параметром  $\alpha = 1$  (в годах). Если через год лампа не выходит из строя, то ее все равно меняют на новую. Найти математическое ожидание времени, которое прослужит лампа на заводе.

5. Вася стреляет в тире по мишени до тех пор пока не попадет в мишень, или у него не кончатся деньги. Найти математическое ожидание количества выстрелов, которое произведет Вася, если у него есть 4 грн., стоимость выстрела – 1 грн., вероятность попадания равна 1/4.

Чему равна вероятность не поразить мишень ни разу?

6. На дуге колеса отметили точку О. Затем колесо вращалось продолжительное время. Найти математическое ожидание высоты точки О после остановки колеса, если радиус равен 25см.

Найти среднее расстояние от точки О до прямой  $y = 25$ .

7. Два человека договорились встретиться на отрезке времени  $[0,2]$ . Пусть  $\gamma$  – время, которое придется ждать одному из них другого. Найти  $M\gamma$ .

8. Прибор состоит из трех блоков, работающих независимо друг от друга. Время работы каждого из блоков имеет равномерное распределение на отрезке  $[0;3]$ . Найти среднее время безотказной работы прибора, если

а) прибор выходит из строя, если сломается хоть один из блоков;

б) для выхода прибора из строя должны сломаться все блоки.

9. Детали на заводе проходят ОТК. Вероятность того, что деталь качественная равна  $p=0,9$ . Вероятность того, что бракованная деталь не пройдет ОТК равна  $\alpha = 0,6$ . Качественная деталь никогда не отбраковывается. Пусть  $\xi_1$  – количество бракованных деталей в партии,  $\xi_2$  – количество бракованных деталей после проверки ОТК,  $\xi_3$  – количество бракованных деталей после двух независимых проверок.

Найти  $M\xi_1$ ,  $M\xi_2$ ,  $M\xi_3$ .

Найти среднюю прибыль завода, если стоимость качественной детали равна  $s_1$ , штраф за брак равен  $s_2$ , стоимость проверки детали  $s_3$ , произведено  $n$  деталей.

10. Случайный вектор  $\xi_1, \xi_2$  имеет плотность распределения

$$p(x, y) = \begin{cases} (x + 3y)/2, & x \in [0; 1], y \in [0; 1] \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найти  $M(\xi_1 + \xi_2), M\xi_2^2, M\xi_1\xi_2$ .

11. Случайная величина  $\xi$  имеет дискретное распределение,  $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.3, P(\xi = 2) = 0.5$ . Найти  $M\xi, M\xi^2, M\xi^{10}$ .
12. Случайная величина  $\xi$  имеет пуассоновское распределение с параметром  $\lambda > 0$ . Найти математические ожидания случайных величин  $\eta = 2^\xi$ ,

$$\zeta = \begin{cases} -1, & \xi - \text{четное,} \\ 1, & \xi - \text{нечетное,} \end{cases}$$

$$\tau = \begin{cases} 1, & \xi - \text{четное,} \\ 0, & \xi - \text{нечетное.} \end{cases}$$

13. Случайные величины  $\xi_1, \dots, \xi_n$  имеют равномерное распределение на отрезке  $[-1, 4]$ . Найти  $M(\xi_1 + 2\xi_2 + \dots + n\xi_n)$ .
14. Игроку выплачивается квадрат числа очков, выпавших на кубике. Стоимость билета равна 16 грн. Найти средний выигрыш игрока за одну игру, за 10 игр.
15. Случайная величина  $\xi$  имеет плотность

$$p(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2}, & x \in [0; \pi], \\ 0, & x \notin [0; \pi]. \end{cases}$$

Найти  $M\xi, P(\xi \in [\pi/4; \pi/3])$ .

16. В магазине находится  $A$  тонн скоропортящегося продукта, который надо реализовать за один день. Спрос – случайная величина, имеющая показательное распределение с параметром  $1/2$ . Цена 1 кг. равна 1 грн.
- а) Найти средний спрос за день.
- б) Найти среднюю прибыль магазина, если  $A=1, A=2, A=3$ .
- в) Найти среднюю прибыль магазина, если  $A=1$ , а остаток продукта утилизируется по 30 коп. за кг.
17. Средние убытки от одной аварии на телефонной станции равны 10000. Количество аварий за год имеет пуассоновское распределение с параметром 4. Найти среднее количество аварий за год. Найти средние убытки за год, если все расходы, сверх 30000 берет на себя страховая организация.
18. Экспедиция длится 100 дней. Вероятность того, что с участником экспедиции случится несчастный случай за один день равна 0.01. Расходы связанные эвакуацией равны 2000 (после этого человек же не участвует в экспедиции). Найти средние расходы связанные с несчастными случаями. Считать, что возможность несчастного случая в разные дни – независимые случайные величины.