

Практическое занятие 8

1. Случайные величины ξ_1, ξ_2 независимы и имеют плотность распределения

$$p(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0; 1] \\ 0, & x \notin [0; 1] \end{cases}$$

Найти

- плотность распределения (ξ_1, ξ_2) ,
 - вероятность $P(\xi_1 + \xi_2 < 1)$,
 - плотность распределения ξ_1/ξ_2 .
2. Устройство имеет два блока, работающих независимо друг от друга. Время безотказной работы первого блока имеет показательное распределение с параметром α_1 , второго блока имеет показательное распределение с параметром α_2 . Найти время безотказной работы устройства, если для его работы необходима работа
- обоих блоков;
 - хотя бы одного из блоков.
3. В компьютерном классе находится 8 компьютеров, работающих независимо один от другого. Время безотказной работы каждого из компьютеров – случайная величина, имеющая равномерное распределение на $[0, 36]$ (в месяцах). Найти вероятность того, что за год
- не сломается ни один компьютер;
 - сломаются все компьютеры;
 - выйдет из строя три компьютера;
 - выйдет из строя не более трех компьютеров.
4. Время до поломки передатчика – случайная величина, имеющая плотность

$$p(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Когда передатчик ломается, то его немедленно заменяют на новый.

Найти распределение времени от начала работы первого передатчика, до поломки второго.

5. Имеется 10 деталей, произведенных на заводе №1, 20 – на заводе № 2 и 30 – №3. Время работы детали, произведенной на заводах 1,2,3 – показательная случайная величина с параметром $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3$, соответственно. В изделие поставили случайно выбранную деталь. Найти распределение времени ее работы.
6. Устройство №1 в среднем получает в 5 раз больше сигналов на обработку, чем устройство №2. Время обработки сигнала устройством №1 имеет показательное распределение с параметром $\lambda_1 = 1$, а устройством №2 – с параметром $\lambda_2 = 2$. Найти условную вероятность того, что сигнал обрабатывается первым устройством, если он не обработался за время $t=1$.
7. Случайный вектор ξ_1, ξ_2 имеет плотность распределения

$$p(x, y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda x}, & 0 \leq y \leq x \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найти плотность распределения а) ξ_1 б) ξ_2 .

8. Электрическая схема состоит из

а) n элементов соединенных последовательно;

б) n элементов соединенных параллельно;

в) n блоков соединенных последовательно, в каждом блоке – два элемента, соединенных параллельно.

Время работы каждого из блоков имеет равномерное распределение на $[0;2]$. Найти распределение времени работы всей схемы. Считать, что все блоки работают независимо

9. Абсцисса и ордината точки попадания сверла на плоскость – пара независимых случайных величин ξ_1, ξ_2 , имеющих нормальное распределение $N(0; 2)$. Найти распределение расстояния сверла от начала координат.

10. Время безотказной работы реле – показательная случайная величина с параметром 3. Во время поломки реле, включается резервное реле, время работы которого – показательная случайная величина с параметром 5. Найти распределение момента, когда выйдет из строя второе реле.

11. Сигналы передаются по шести линиям, работающим независимо друг от друга. Время безотказной работы каждой линии имеет распределение с плотностью

$$p(x) = \begin{cases} (2x + 3x^2), & x \in [0; 2] \\ 0, & x \notin [0; 2], \end{cases}$$

где c – неизвестная константа.

Найти

а) константу c ;

б) распределение случайных величин ξ_1, ξ_2, ξ_3 – времен первой поломки, последней поломки, четвертой поломки соответственно.

12. Случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром 2, а случайная величина η – равномерное распределение на отрезке $[0;3]$. Найти вероятности $P(\min(\xi, \eta) < 2)$, $P(\max(\xi, \eta) < 2)$, $P(\xi + \eta < 2)$, если случайные величины ξ и η независимы.

13. Случайные величины ξ_1, ξ_2 независимы и имеют показательное распределение с параметром α . Найти распределение $\xi_1 - \xi_2$. Если данная задача – сложная, то найти вероятность $P(\xi_1 - \xi_2 < 1)$

14. Имеется два устройства, работающих независимо друг от друга. Распределение времени безотказной работы устройств (в месяцах) – независимые случайные величины, имеющие показательное распределение с параметром $\alpha = 2$.

а) Записать плотность случайной величины ξ_1 .

б) Записать совместную плотность распределения ξ_1, ξ_2 .

в) Найти вероятность того, что первое устройство проработает больше 1 месяца, а второе меньше двух.

г) Найти $P(\xi_1 \in [1; 2], \xi_2 \leq 3)$, $P(\xi_1 + \xi_2 \leq 1)$, $P(\min\{\xi_1, \xi_2\} \leq 0.5)$.

д) Найти распределение наименьшего из времен работы первого и второго устройств.

е) Найти распределение суммарного времени работы первого и второго устройств.