

## Практическое занятие 7

1. В партии  $n$  деталей. Вероятность того, что деталь бракованная равна  $p$ . ОТК просматривает все детали. Вероятность того, что бракованная деталь будет признана качественной равна  $\alpha$ , вероятность того, что качественная деталь будет принята за бракованную равна  $\beta$ . Найти вероятность того, что
  - а) в партии  $m$ ,  $m \leq n$  бракованных деталей;
  - б) после проверки ОТК будет пропущено  $m$ ,  $m \leq n$  бракованных деталей;
  - в) после проверки ОТК будет забраковано  $m$ ,  $m \leq n$  деталей (среди которых могут быть качественные).
2. Имеется  $m$  приборов. Вероятность того, что прибор сломается в течение дня, равна  $p \in (0; 1)$ . В этом случае прибор заменяется новым на следующий день. Найти вероятность того, что последний прибор сломается в  $n$ -тый день. Считать, что работа каждого прибора не зависит ни от дня, ни от работы остальных приборов.
3. Количество ошибок на линии №1 – пуассоновская случайная величина с параметром  $\lambda_1$ , а на линии №2 – пуассоновская случайная величина с параметром  $\lambda_2$ . Найти распределение суммарного количества ошибок, если линии №1 и №2 работают независимо одна от другой.
4. Совместное распределение случайных величин  $\xi_1, \xi_2$  имеет плотность

$$p(x, y) = \begin{cases} c(x + 3y), & x \in [0; 2], y \in [0; 3], \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

где  $c$  – неизвестная константа.

- а) Найти  $c$ .
  - б) Найти вероятности  $P(\xi_1 > 1)$ ,  $P(\xi_2 \in [0; 1])$ ,  $P(\xi_1 > 1, \xi_2 \in [0; 1])$ ,  $P(\xi_1 + \xi_2 \leq 0.5)$ ,  $P(\min\{\xi_1, \xi_2\} \leq 1)$ ,  $P(\max\{\xi_1, \xi_2\} \leq 1)$ ,  $P(\xi_1/\xi_2 \leq 1)$ .
  - в) Могут ли  $\xi_1, \xi_2$  быть результатами двух независимых случайных экспериментов?
  - г) Найти плотности распределения  $\xi_1, \xi_2, 3\xi_1 + 2\xi_2, \min\{\xi_1, \xi_2\}$ .
5. Абсцисса и ордината точки попадания сверла на плоскость – пара независимых случайных величин  $\xi_1, \xi_2$ , имеющих нормальное распределение  $N(0; 1)$ . Найти распределение расстояния сверла от начала координат.
  6. Случайные величины  $\xi_1, \xi_2$  независимы и имеют показательное распределение. Найти распределение  $\xi_1 + \xi_2$

### Домашнее задание

1. На заводе Кукерс работают две упаковочные линии. Первая линия имеет в два раза меньшую производительность, чем вторая. Вероятность того, что батончик Кукерс с первой линии окажется плохо завернутым равна 0.1, а для второй – 0.2.
  - а) Найти вероятность того, что в коробе, содержащем 1000 кукерсов с первой линии оказалось 150 неправильно завернутых батончиков.
  - б) Найти вероятность того, что в коробе, содержащем 1000 кукерсов с одной из линий оказалось 150 неправильно завернутых батончиков.
  - в) В коробе, содержащем 1000 кукерсов с одной из линий оказалось 150 неправильно завернутых батончиков. Что вероятнее: короб заполнен конфетами с первой линии или второй? Указание: вероятность удобно вычислять не с помощью калькулятора, а какой-нибудь прикладной программы, например Excel.

2. Совместное распределение случайных величин  $\xi_1, \xi_2$  имеет плотность

$$p(x, y) = \begin{cases} c(1 + xy + y), & x \in [0; 2], y \in [0; 4], \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

где  $c$  – неизвестная константа.

а) Найти  $c$ .

б) Найти вероятности  $P(\xi_1 > 1)$ ,  $P(\xi_2 \leq 3)$ ,  $P(\xi_1 > 1, \xi_2 \leq 3)$ ,  $P(\xi_1 + \xi_2 \leq 1)$ ,  $P(\min\{\xi_1, \xi_2\} \leq 0.5)$ ,  $P(\max\{\xi_1, \xi_2\} \leq 1)$ ,  $P(\xi_1/\xi_2 \leq 1)$ .

в) Могут ли  $\xi_1, \xi_2$  быть результатами двух независимых случайных экспериментов?

г) Найти плотности распределения  $\xi_1, \xi_2$ .

3. Имеется два устройства, работающих независимо друг от друга. Распределение времени безотказной работы устройств (в месяцах) – независимые случайные величины, имеющие показательное распределение с параметром  $\alpha = 2$ .

а) Записать плотность случайной величины  $\xi_1$ .

б) Записать совместную плотность распределения  $\xi_1, \xi_2$ .

в) Найти вероятность того, что первое устройство проработает больше 1 месяца, а второе меньше двух.

г) Найти  $P(\xi_1 \in [1; 2], \xi_2 \leq 3)$ ,  $P(\xi_1 + \xi_2 \leq 1)$ ,  $P(\min\{\xi_1, \xi_2\} \leq 0.5)$ .

д) Найти распределение наименьшего из времен работы первого и второго устройств.

е) Найти распределение суммарного времени работы первого и второго устройств.

4. Пусть  $\xi_1, \xi_2$  – результаты двух независимых экспериментов. Распределение  $\xi_1, \xi_2$  имеет вид:

$$P(\xi_1 = 1) = 0.1, P(\xi_1 = -1) = 0.5, P(\xi_1 = 0) = 0.4, P(\xi_2 = 1) = 0.4, P(\xi_2 = 2) = 0.4, P(\xi_2 = 3) = 0.2.$$

Найти распределения случайных величин

а)  $(\xi_2 - 1)^2$ ;

б)  $\xi_1(\xi_2 - 1)^2$ .