

Практическое занятие 2

1. Найти вероятность того, что число из набора $1, 2, \dots, 100!$
 - а) делится на 2; б) делится на 3 и на 2; в) делится хотя бы на одно из чисел 2 или 3; г) делится хотя бы на одно из чисел 2, 3 или 5.
2. (*Статистика Максвелла-Больцмана*) Каждая из n различных частиц попадает в одну из N ячеек.
 - а) Чему равна вероятность того, что в первой, второй, \dots , N -й ячейках будет соответственно n_1, \dots, n_N частиц?
 - б) Найти вероятность p_k того, что данная ячейка содержит k частиц. Найти $\max_k p_k$.
 - в) Доказать, что $p_k \rightarrow \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$, если n и k возрастают так, что среднее число частиц на одну ячейку n/k стремится к λ .
 - г) Чему равна вероятность того, что в каждой ячейке есть по крайней мере одна частица ($n \geq N$)?
 - д) Чему равна вероятность того, что занято ровно r ячеек?
3. Пуля случайным образом попала в мишень. Найти вероятность того, что
 - а) выбито не менее пяти очков; б) пуля попала в восьмерку; в) выбито четное число очков.Найти условные вероятности того, что пуля попала
 - а) в восьмерку, если выбито не менее пяти очков; б) в пятерку, если выбито меньше восьми очков.
4. Плоскость разграфлена параллельными прямыми на расстоянии $2a$ друг от друга. На плоскость брошена монета радиуса $r < a$. Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одну из прямых.
5. В квадрат $ABCD$ со стороной 10 случайным образом бросили точку O . Найти вероятность того, что расстояние от O
 - а) до центра квадрата меньше 2; б) до стороны AB больше 1; в) до всех сторон квадрата больше 1; г) до диагонали AC не превышает 2.
6. Числа $1, 2, \dots, n$ случайным образом размещены. Найти вероятность того, что
 - а) хотя бы одно число совпадает с номером своего места,
 - б) ровно m чисел совпадают с номерами своих мест.
7. В 6 вагонах случайным образом разместились 30 пассажиров. Найти вероятность того, что
 - а) первый вагон не будет занят; б) первые два вагона будут заняты; в) заняты все вагоны; г) будут заняты 4 вагона.
8. Студент каждый день января прятал случайным образом по одной гривне в один из семи ящиков стола. Найти вероятность того, что 1 февраля
 - а) в первом ящике не было денег; б) в первых двух ящиках были деньги; в) в каждом ящике были деньги.
9. Стержень длиной 25 см разбили на 2 части. Найти вероятность того, что меньшая часть больше 2 см.

10. Отрезок длины 25 см разломали на две части. Найти вероятность того, что длина меньшей из них не больше 2 см.
11. В квадрате $ABCD$ со стороной 3 случайным образом выбрали точку. Найти вероятность того, что расстояние от этой точки
 - а) до центра квадрата; б) до стороны AB ; в) до точки A ; г) до одной из сторон квадрата не превышает 1.
12. На паркет случайным образом бросили монету радиуса 1 см. Найти вероятность того, что монета не пересечет стороны паркета, если паркет имеет форму прямоугольников со сторонами 4 см и 8 см.
13. Стержень длины $l = 2$ случайным образом разломали на три части. Найти вероятность того, что
 - а) наименьшая часть меньше 0.5; б) из частей можно составить треугольник.
14. На отрезке AB длины l наудачу выбрана точка O . Найти вероятность того, что
 - а) отношение $|AO| : |AB|$ не превышает 0.6; б) отношение $|AO| : |OB|$ больше $1/3$.
15. Два судна должны подойти к одному причалу на протяжении суток. Найти вероятность того, что одному из судов придется ожидать освобождения причала, если время разгрузки первого судна – час, а второго – два часа.
16. На отрезке длины l наудачу взяты две точки. Найти вероятность того, что расстояние между ними меньше kl , где $0 < k < l$. (кто не может решить $k = 0.3$, $l = 30$)
17. На отрезке AB длины l числовой оси Ox наудачу выбраны две точки C и D , причем C левее чем D . Найти вероятность того, что $|AC| < |CD|$.
18. На отрезке AB длины l числовой оси Ox наудачу выбраны две точки C и D . Найти вероятность того, что $|CD| < 0.5l$.
19. На окружности радиуса r наугад взяли 2 точки. Найти вероятность того, что расстояние между ними не больше r .
20. Отрезок $[0, 15]$ случайным образом разделили на две части.
 - а) Найти вероятность того, что левая часть больше 3;
 - б) Найти условную вероятность того, что наименьшая часть не превышает 5, если левая часть больше 3.
21. Из 100 карточек с числами 00, 01, 02, ..., 98, 99 случайно выбрали одну. Пусть η_1, η_2 – соответственно сумма и произведение цифр на выбранной карточке. Найти условные вероятности $P(\eta_1 = 5/\eta_2 = 0)$, $P(\eta_1 = 10/\eta_2 = 0)$, $P(\eta_2 = 0/\eta_1 = 5)$, $P(\eta_1 = 5/\eta_2 = 6)$