Практическое занятие 10

1. Случайная величина ξ имеет плотность
$$p(x) = \begin{cases} cx^3, \ x \in [0;2] \\ 0, \ x \notin [0;2]. \end{cases}$$
Найти неизвестную константу c, $M\xi, D\xi, D\xi^2, cov(\xi^2, \xi)$

2. Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют распределение $P(\xi_k = 0) = 0,2; P(\xi_k = 2) = 0,5; P(\xi_k = -1) = 0,3$. Найти $M\xi_k, D\xi_k, M(\xi_1 + ... + \xi_n); D(\xi_1 + ... + \xi_n); M\frac{\xi_1 + ... + \xi_n}{n}; D\frac{\xi_1 + ... + \xi_n}{n}; M(\xi_1 \cdot ... \cdot \xi_n); D(\xi_1 \cdot ... \cdot \xi_n); M(\xi_1 \cdot ... \cdot \xi_n)^{1/n}$.

3. Два человека договорились встретиться на отрезке времени [0,2]. Пусть γ – время, которое придется ждать одному из них другого. Найти $M\gamma$.

4. Прибор состоит из трех блоков, работающих независимо друг от друга. Время работы каждого из блоков имеет равномерное распределение на отрезке [0;3]. Найти среднее время безотказной работы прибора, если

   а) прибор выходит из строя, если сломается хоть один из блоков;

   б) для выхода прибора из строя должны сломаться все блоки.

5. В магазине находится А тонн скоропортящегося продукта, который надо реализовать за один день. Спрос – случайная величина, имеющая показательное распределение с параметром 1/2. Цена 1 кг. равна 1 грн.

   а) Найти средний спрос за день.

   б) Найти среднюю прибыль магазина, если А=1, А=2, А=3.

6. Случайный вектор ξ_1, ξ_2 имеет распределение $P(\xi_1 = 0, \xi_2 = -1) = P(\xi_1 = 0, \xi_2 = 2) = 0,1; P(\xi_1 = 2, \xi_2 = -1) = P(\xi_1 = 2, \xi_2 = 2) = 0,3; P(\xi_1 = 1, \xi_2 = -1) = 0,2$. Найти $M\xi_1, M\xi_2, cov(\xi_1, \xi_2)$.

7. Трамвай № 5 ходит по кольцевому маршруту, состоящему из n остановок. На этом маршруте работает один контролер, который утром выбирает случайным образом остановку и штрафует всех зайцев, которые проезжают через нее или выходят на ней. Найти средние убытки безбилетника, который собирается проехать k остановок, если штраф равен s.

8. На отрезке [0;1] зафиксирована точка a. Случайная величина ξ равномерно распределена на [0;1]. Пусть η – расстояние от точки ξ до a. Найти $M\xi, M\eta, cov(\xi;\eta)$. При каком значении параметра a ковариация $cov(\xi;\eta)$ равна нулю?

9. Точку P бросили случайным образом в четырехугольник $ABCD : A(0;1), B(1;0), C(-1;0), D(0;-1)$. Найти функцию распределения, плотность (если есть), математическое ожидание, дисперсию проекции P на

   а) oX,

   б) $y = x$.

Домашнее задание

1. Случайная величина ξ имеет распределение
$P(\xi = 2) = 0,3; P(\xi = 1) = 0,5; P(\xi = -1) = 0,2$. Найти $M\xi, D\xi, cov(\xi;\xi^2)$.

2. Случайная величина ξ имеет плотность

$$p(x) = \begin{cases} c(x^2+1), \ x \in [0;2] \\ 0, \ x \notin [0;2]. \end{cases}$$

Найти неизвестную константу c, $M\xi, D\xi, P(\xi = 2) = 0,3; cov(\xi - 1, \xi^2)$

3. Случайный вектор ξ_1, ξ_2 имеет плотность распределения

$$p(x,y) = \begin{cases} (3x^2+2y)/2, \ x \in [0;1], y \in [0;1] \\ 0, \ \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найти $M\xi_1, M\xi_2, cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы и имеют равномерное распределение на отрезке [0,5]. Пусть $\eta = \min(\xi_1, \ldots, \xi_n), \zeta = \max(\xi_1, \ldots, \xi_n)$. Найти плотности распределения η, ζ. Найти $M\eta, M\zeta, D\zeta$.

5. Точку P бросили случайным образом в четырехугольник $ABCD : A(-1;-1), B(-1;1), C(1;1), D(1;-1)$. Найти функцию распределения, плотность (если есть), математическое ожидание, дисперсию проекции P на

   а) oX,

   б) $y = x$.

6. Средние убытки от одной аварии на телефонной станции равны 10000. Количество аварий за год имеет пуассоновское распределение с параметром 4. Найти среднее количество аварий за год. Найти средние убытки за год и дисперсию убытков за год, если все расходы, сверх 30000 берет на себя страховая организация.