
DOI: 10.37863/umzh.v73i10.6704

УДК 51.091+51.092

І. О. Луковський, О. Г. Мазко, О. М. Тимоха (Ін-т математики НАН України, Київ)

ОГЛЯД ДОСЛІДЖЕНЬ З МАТЕМАТИЧНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ ТА ТЕОРІЇ КЕРУВАННЯ В ІНСТИТУТІ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАЇНИ

We present a review of researches on mathematical problems of mechanics and control theory conducted at Institute of Mathematics NAS of Ukraine from the beginning of its foundation.

Наведено огляд досліджень з математичних проблем механіки та теорії керування, проведених в Інституті математики НАН України від початку його заснування.

Дослідження з *математичних проблеми механіки* (МПМ) пов'язуються зі створенням, узагальненням й аналізом математичних моделей і об'єктів, які є результатом формалізації законів рівноваги, стійкості, руху і/або взаємодії реальних об'єктів, включаючи тверді і пружні тіла, рідину, газ, плазму, а також біомеханічні системи, що знаходяться під дією прикладених сил та полів різної природи. МПМ є найдавнішим і найбільшим за здобутками та впливом на практично всі природничі науки розділом математики. Виникнення більшості існуючих галузей математики є результатом роботи видатних математиків над актуальними на той час МПМ. Так, працюючи над математичними проблемами космології та астрономії, Г. Галілей, Х. Гюйгенс, Р. Гук, А. Декарт, І. Ньютон, Г. Лейбніц, Л. Ейлер започаткували у XVII–XIX ст. аналітичну геометрію, а згодом завдяки науковим здобуткам Ж. Лагранжа, І. Бернуллі, Л. Ейлера, Ж.-Л. Даламбера, Л. Карно, Ж. Фур'є було створено класичне диференціальне, інтегральне та варіаційне числення, лінійну алгебру й аналітичну механіку. З іншого боку, математичні праці К. Гаусса, М. Остроградського, В. Гамільтона, К. Якобі, Г. Герца, О. Коші, А. Пуассона, Д. Бернуллі, Ж. Даламбера, Ж. Лагранжа, Л. Нав'є, Д. Стокса заклали у XIX ст. теоретичну основу гідромеханіки, а механічна модель примежового шару, яку побудував Л. Прандтль, виходячи із рівнянь Нав'є–Стокса, мотивувала аналітичні та чисельні дослідження так званих сингулярно збурених задач. Дослідження О. Ляпунова (на межі XIX–XX ст.) щодо стійкості форм рівноваги рідини й руху твердих тіл привели до створення математичної теорії стійкості розв'язків диференціальних рівнянь, а через 50 років роботи М. Красовського, Р. Беллмана, Л. Понтрягіна, В. Зубова та ін. по математизації регулювання машин обумовили створення теорії оптимального керування. Зрештою, саме чисельні дослідження з небесної механіки й прогнозування погоди привели до математичної теорії динамічних систем і концепції детермінованого хаосу.

У XXI ст. МПМ пов'язуються з математизацією природничих наук й математичними дослідженнями класичних раніше нерозв'язаних задач, сформульованих переважно у XVII–XX ст. Мейнстрімами „математизації” є проблеми біомеханіки, чисельне моделювання біологічних

процесів, метеорологічні задачі, динаміка й керування складних гібридних механічних та динамічних систем тощо. До класичних нерозв'язаних проблем відносяться доведення теорем існування та єдиності розв'язку крайових задач для рівнянь Ейлера і Нав'є–Стокса, що за версією Математичного інституту Клея [2] є проблемою тисячоліття, та нелінійних задач теорії поверхневих хвиль.

Наукові проєкти з МПМ є необхідним атрибутом всіх провідних математичних установ світу. У Курантівському інституті математичних наук (США) проводяться дослідження з математичних проблем гідродинаміки, зокрема, пов'язані з гідробіологією й медициною, в Інституті математичних наук ім. Ісаака Ньютона (Велика Британія) активними є програми математизації феноменів льоду, проблем самоорганізації й нелінійних поверхневих хвиль, вчені Інституту математики і природничих наук ім. Макса Планка (ФРН) працюють у галузі обчислювальної механіки та фізики, до традиційної тематики Інституту математики в Тулузі (Франція) входять задачі оптимізації, керування, динаміки рідини і плазми, а також проблеми математизації біомеханічних процесів, вчені Інституту математичних наук при Кіотському університеті (Японія) проводять дослідження з математичних проблем в'язкої рідини тощо. Дві найбільші математичні інституції колишнього СРСР, Математичний інститут ім. В. А. Стеклова РАН та *Інститут математики НАН України* (ІМ) завжди мали й мають окремі наукові підрозділи, які займаються МПМ.

Офіційна історія ІМ веде свій відлік з 13.02.1934 р. [1]. Від початку свого існування дослідження з МПМ проводились у *відділах* прикладної математики (акад. Д. О. Граве, 1934–1939, чл.-кор. І. Я. Штаерман, 1939–1943), наближених обчислень (І. Я. Штаерман, 1936–1938), механіки (Ю. Д. Соколов, 1937–1952), математичної теорії пружності (акад. Г. М. Савін, 1946–1951), загальної механіки (акад. О. Ю. Ішлінський, 1955–1965), лабораторії №1 (С. Ф. Фещенко, 1959–1965), прикладної математики (чл.-кор. П. Ф. Фільчаков, 1963–1968), механіки і процесів керування (акад. В. М. Кошляков, 1965–2004), сучасних проблем динаміки (С. Ф. Фещенко, 1965–1976), динаміки та стійкості багатовимірних систем (акад. І. О. Луковський, 1976–2016), прикладних досліджень (чл.-кор. В. І. Фушич, 1978–1997), аналітичної механіки (В. В. Новицький, 2004–2016), математичних проблем механіки та теорії керування (акад. І. О. Луковський, 2016–2017, акад. О. М. Тимоха, з 2017 р.) і *лабораторіях* крайових задач електродинаміки та пружності (А. А. Березовський), топологічних методів аналізу (А. В. Бондар, 1996–1999), математичних проблем тепломасопереносу (А. С. Галіцин), статистичних методів теорії надійності (І. І. Єжов, 1980–1996), стійкості керованих систем (Д. Г. Коренівський, 1981–1995), механіки робототехнічних систем (В. Б. Ларін), обернених задач спектрального аналізу (Л. П. Нижник), електромодельовання (В. Г. Панчишин), математичних проблем механіки (В. А. Троценко, 1981–1995). Протягом усього часу існування ІМ (як і Математичного інституту ім. В. А. Стеклова) його *директорами* були видатні математики, які займалися МПМ: академіки *Д. О. Граве* (1934–1939), *М. О. Лаврентьєв* (1939–1941, 1944–1948), *Г. В. Пфейфер* (1941–1944), *О. Ю. Ішлінський* (1948–1955), *Б. В. Гнеденко* (1955–1958), *Ю. О. Митропольський* (1958–1988) та *А. М. Самойленко* (1988–2020).

Наукову спадщину акад. **Дмитра Олександровича Граве** (академік АН УРСР з 1919 р., почесний член АН СРСР з 1929 р.) помилково пов'язують винятково з алгеброю. Насправді значна частина, якщо не більшість, його наукового доробку присвячена МПМ. Акад. Д. О. Граве

довів низку теорем теорії стійкості, вивівши умови стійкості малих коливань механічних систем із урахуванням сил опору. Також він провів цикл досліджень із динаміки неголомомних систем та небесної механіки, зокрема запропонував метод урахування електромагнітних сил, що діють у міжпланетному просторі, на рух планет (спільно зі своїм учнем Ю. Д. Соколовим). **Юрій Дмитрович Соколов** присвятив три десятиліття задачі трьох тіл. Він уперше знайшов умови співудару трьох тіл у скінченний момент часу, дослідив особливі траєкторії системи вільних матеріальних точок, що взаємно притягуються або відштовхуються з силою, прямо пропорційною добутку мас і абсолютній величині довільної функції взаємних відстаней. Його результати в небесній механіці, а згодом у теорії фільтрації рідини, багато в чому були зумовлені розробленими ним чисельно-аналітичними методами розв'язування диференціальних рівнянь.



Дмитро Олександрович
Граве (1863 – 1939).



Юрій Дмитрович
Соколов (1896 – 1971).



Ілля Якович Штраєрман
(1891 – 1962).

У Комісії з прикладної математики Всеукраїнської академії наук упродовж 1920–1934 рр. (а потім 1934–1943 рр. в ІМ) працював чл.-кор. **Ілля Якович Штраєрман**, учень професора механіки Київського університету ім. Святого Володимира П. В. Воронця. Він розробив методи розрахунку напружено-деформованого стану, міцності й стійкості тонкостінних оболонок обертання й куполів, стійкості будівельних конструкцій (арок, склепінь). Його монографія „Контактная задача теории упругости” стала першою у світовій літературі за цим науковим напрямком. І. Я. Штраєрман також увійшов в історію як науковий батько таких видатних науковців, як *О. В. Кільчевський*, *І. М. Рапопорт* і *Й. З. Штокало*.

Якщо Д. О. Граве, Ю. Д. Соколов і І. Я. Штраєрман працювали над класичними задачами аналітичної й теоретичної механіки і механіки пружних тіл, то іншим видатним ученим тієї епохи *М. М. Крилову*, *М. М. Боголюбову* і *М. О. Лаврентьєву* пощастило стати фундаторами нових проривних напрямків математики, пов'язаних із МПМ. Вони є знаковими фігурами ІМ. Під їхнім впливом еволюціонували наукові групи й змінювалася структура ІМ, де домінували, що є типовим для дослідницьких математичних установ розвинених країн, прикладні математичні дослідження.



Микола Митрофанович
Крилов (1879 – 1955).



Микола Миколайович
Боголюбов (1909 – 1992).



Михайло Олексійович
Лаврентьєв (1900 – 1980).

У 1932 р. **Микола Митрофанович Крилов** (академік із 1922 р., із 1929 р. — академік АН СРСР) і його 23-річний учень **Микола Миколайович Боголюбов** створили новий розділ математики — „нелінійну механіку” [3, 4]. Предметом її досліджень є періодичні та майже періодичні процеси, період яких залежить від амплітуди коливань. Такі процеси можуть бути умовно корисними (коливання електричного струму і радіосигналів тощо) або шкідливими (коливання крила літака в польоті, вібрація валу турбіни тощо). Вони описуються нелінійними диференціальними рівняннями. М. М. Крилов і М. М. Боголюбов розробили методи асимптотичного інтегрування рівнянь такого типу з малим або великим параметром.

За рекомендацією президента Академії наук УРСР О. О. Богомольця, який надавав особливого значення математиці як фундаменту для природничих наук, ІМ в 1939 р. очолив академік (із 1946 р. — академік АН СРСР) **Михайло Олексійович Лаврентьєв**, до того завідувач „механічного” відділу Математичного інституту ім. В. А. Стеклова, вихованець математичної школи М. М. Лузіна, спеціаліст у галузі теорії функцій комплексної змінної та її застосувань до аеро- і гідродинаміки. Акад. М. О. Лаврентьєв створив теорію квазіконформних відображень з її застосуванням до газової динаміки й інших розділів механіки суцільних середовищ (поверхневі хвилі важкої рідини, рух ґрунтових вод тощо). Він також розвинув наближені методи конформних перетворень на основі варіаційного принципу Ліндельофа. На момент приходу акад. М. О. Лаврентьєва ІМ складався з п'яти відділів, три з яких спеціалізувалися на МПМ: теорії функцій комплексної змінної із застосуванням до задач суцільного середовища (М. О. Лаврентьєв), механіки (Ю. Д. Соколов) і прикладної математики (І. Я. Штаерман). Акценти не на абстрактних, а на актуальних науково-практичних задачах дуже приваблювали талановиту наукову молодь. Багато видатних учених, інженерів і конструкторів того часу закінчили аспірантуру і захистили дисертації в ІМ. Серед тих, хто працював у відділі прикладної математики ІМ, був і видатний конструктор **Володимир Миколайович Челомей**¹.

¹Кандидатська дисертація „Динамічна стійкість елементів авіаційних конструкцій”, 1939 р., науковий керівник — чл.-кор. І. Я. Штаерман.



Володимир Миколайович
Челомей (1914 – 1984).



Селім Григорович Крейн
(1917 – 1999).



Петро Феодосійович
Фільчаков (1916 – 1978).

Друга світова війна перевела дослідження в ІМ на „військові рейки”. Тому найважливішу роботу М. О. Лаврентьєва того часу присвячено феномену *кумуляції* (ефект Манро), який полягає в тому, що заряд вибухівки у снаряді з конічною або напівсферичною виїмкою, яка облицьована тонким сталевим шаром, пробиває набагато товстішу броню, ніж у снаряді без такої виїмки. При взаємодії сталевий оболонки з вибухівкою і броні, яка відбувається при значних температурах, при тиску до 100 000 *атм* і швидкості руху приблизно 10 *км/с*, пружні сили складають соті долі сил інерції. Тоді броня поводить як ідеальна рідина, а відповідні математичні постановки теорії можна сформулювати в термінах крайових задач для рівняння Лапласа. У 1949 р. М. О. Лаврентьєву було присуджено Державну премію СРСР, але перша відкрита публікація з кумулятивного вибуху з'явилася лише в 1957 р. Під час евакуації до Уфи (Башкирія) акад. М. О. Лаврентьєв також працював над задачею стійкості руху снарядів із рідинним наповненням, долучивши своїх учнів **Селіма Григоровича Крейна** (теорія) і співробітника Інституту будівельної механіки АН УРСР С. В. Малашенка (експерименти). Результатом став захист С. Г. Крейном у 1950 р. докторської дисертації „Устойчивость движения вращающегося снаряда с жидким наполнением”, де було застосовано теорію ермітових операторів у гільбертовому просторі.

У повоєнні роки М. О. Лаврентьєв та Ю. Д. Соколов на основі варіаційних принципів для конформних відображень створили нові підходи до розв'язування задач теорії руху ґрунтових вод під гідротехнічними спорудами, які доведені в роботах його учнів до оцінок і обґрунтування наближених методів *теорії фільтрації*. У подальшому впродовж тридцяти років теорія фільтрації розвивалася під керівництвом чл.-кор. **Павла Феодосійовича Фільчакова** (1916–1978). Розроблявся метод розв'язування задач фільтрації за допомогою моделювання на електропровідному папері (В. М. Остапенко, В. Г. Панчишин, О. М. Тарапон, Б. Б. Нестеренко), було запропоновано наближені аналітичні методи розв'язування відповідних крайових задач (П. Ф. Фільчаков, О. Я. Олійник, В. І. Лаврик та їхні учні).

М. О. Лаврентьєвим отримано революційні результати в теорії хвиль на поверхні важкої рідини скінченної глибини. У 1946 р. він довів теорему існування відокремленої хвилі (перша

згадка про це явище у першій половині XIX ст. належить Дж. Расселу). Така хвиля наприкінці 60-х років дістала назву *солітон*.



Микола Олександрович
Кільчевський (1909–1979).



Йосип Захарович Штокало
(1897–1987).

Математичним проблемам теорії пружності присвячено роботи повоєнного періоду І. Я. Штаєрмана і його учня (академіка) **Миколи Олександровича Кільчевського** (1936–1941 рр. — докторант, 1944–1947 рр. — старший науковий співробітник ІМ). І. Я. Штаєрман вивчав плоскі задачі про тиск на пружну півплощину штампів, задачу про стиснення пружних тіл, обмежених циліндричними поверхнями близьких радіусів, а сумісні роботи цих учених розвинули математичну теорію динаміки тонкостінних оболонок і методів інтегрування рівнянь цієї теорії. М. О. Кільчевський — автор неперевершеного підручника з теоретичної механіки, за яким навчалися декілька поколінь випускників математичних факультетів України.

У циклі публікацій 1945–1948 рр. іншого учня І. Я. Штаєрмана (академіка) **Йосипа Захаровича Штокала** (працював в ІМ протягом 1942–1949 і 1956–1963 рр.) досліджувалась асимптотична стійкість за Ляпуновим лінійних механічних систем за припущення, що стала матриця коефіцієнтів збурюється малими квазіперіодичними додатками, які мають вигляд скінченних тригонометричних сум. Ідея полягала в отриманні „формальної теореми Флоке” і відповідно „формального” перетворення, що зводить таку систему до системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Він встановив ряд достатніх умов асимптотичної стійкості розв’язків системи.

Із семи відділів повоєнного ІМ п’ять займалися МПМ: теорії функцій комплексної змінної та її застосувань (М. О. Лаврентьєв), механіки (Ю. Д. Соколов), асимптотичних методів та теорії ймовірностей (М. М. Боголюбов), прикладної математики (О. Ю. Ішлінський) і теорії пружності у Львові (Г. М. Савін). Знаковими фігурами, які визначили долю наукових досліджень з МПМ у 1950–1970 рр., були *Г. М. Савін*, *І. М. Рапопорт* і *О. Ю. Ішлінський*.

Акад. **Гурій Михайлович Савін** (віце-президент АН УРСР) вважається найбільш авторитетним дослідником з математичної теорії пружності другої половини XX ст. З 1952 по 1957 р. він досліджував задачі теорії концентрації напружень біля отворів різної геометричної форми



Гурій Михайлович Савін
(1907–1975).



Олександр Юлійович
Ішлінський (1913–2003).



Ілля Маркович Рапопорт
(1913–1985).

в ізотропних і анізотропних середовищах. Праці Г. М. Савіна та його учнів, присвячені також динаміці канатів змінної довжини, склали основу його теорії розрахунку шахтних підйимальних канатів. Учнями акад. Г. М. Савіна є академіки *Остан Степанович Парасюк* і *Ярослав Степанович Підстригач*.

Наприкінці 1948 р. за рекомендацією М. О. Лаврентьєва директором ІМ було призначено академіка **Олександра Юлійовича Ішлінського** (із 1960 р. — академік АН СРСР), що було відповіддю на практичні виклики того часу. Поряд із задачами теорії пружності й фільтрації рідини він започаткував три наукові напрямки з МПМ: 1) теорії гіроскопічних приладів, інерціальної навігації та інерціального керування рухомими об'єктами (кораблі, підводні човни, літаки, ракети), 2) динаміку твердих і деформівних тіл (міжконтинентальні балістичні ракети й орбітальні ракети-носії із рідинними двигунами), 3) динаміку твердого тіла, підвішеного на струні, яке швидко обертається навколо вертикальної осі. Завдяки М. О. Лаврентьєву і О. Ю. Ішлінському в ІМ з 1949 р. розпочалися роботи з математичного забезпечення проектування ракетної техніки на замовлення НДІ-88 (головний науково-дослідний, проектно-конструкторський і виробничо-технологічний інститут із ракетного озброєння Міністерства озброєння СРСР, із 1967 р. — Центральний НДІ машинобудування, ЦНДІмаш). Творчі відносини з ЦНДІмаш тривали майже сорок років і перервалися лише після розпаду СРСР. Протягом 1949–1958 рр. отримано проривні результати за вказаними напрямками, створено теорії *гіроскопічних систем* та *інерціальної навігації*, які увійшли до золотого фонду результатів ІМ і НАН України в цілому.

Дослідження *динаміки системи „тверде тіло з порожнинами, наповненими рідиною”* (ракета з рідинним паливом) було започатковано М. О. Лаврентьєвим, О. Ю. Ішлінським та **Іллею Марковичем Рапопортом**. Наприкінці 50-х років останнім було побудовано лінійну математичну модель ракети з урахуванням рухливості палива в баках і пружності конструкцій, яку викладено в сумісній з **Борисом Ісааковичем Рабіновичем**² монографії „О движенни твердого

²Б. І. Рабінович походить із відомої наукової сім'ї. Його батько, Ісаак Мойсейович Рабінович (чл.-кор. АН СРСР) є розробником кінематичного методу в будівельній механіці, засновником теорії вантових ферм.

тела с полостями, частично заполненными жидкостью” (1960 р.), що вийшла під грифом „для службового користування”. І. М. Рапопорт (учень І. Я. Штаермана) працював у ІМ з довоєнних років і до 1959 р., а Б. І. Рабінович, який упродовж п’яти років (із 1955 р.) обіймав посаду викладача Київського вищого інженерно-авіаційного військового училища, одночасно був старшим науковим співробітником „на громадських засадах” в ІМ. І. М. Рапопорт є одним із найвидатніших „прикладних” математиків, які будь-коли працювали в ІМ. На жаль, більшість робіт І. М. Рапопорта були і залишаються маловідомими для сучасників, що пояснюється режимом секретності. Важко переоцінити вклад І. М. Рапопорта у створення ракетно-космічної техніки. У 1959 р. він залишив ІМ, ставши головним науковим консультантом *Сергія Павловича Корольова*³. Окрім динаміки систем твердого тіла з порожнинами, наповненими рідиною, у 40–50-х рр. І. М. Рапопорт створював *математичну теорію стійкості і стабілізації руху керованих балістичних ракет дальньої дії*. Над цією прикладною задачею працювали тоді ще молоді математики (академік) *Юрій Макарович Березанський* і *Марк Олександрович Красносельський*.



Борис Исаакович
Рабинович (1924–2010).



Юрій Макарович
Березанський (1925–2019).



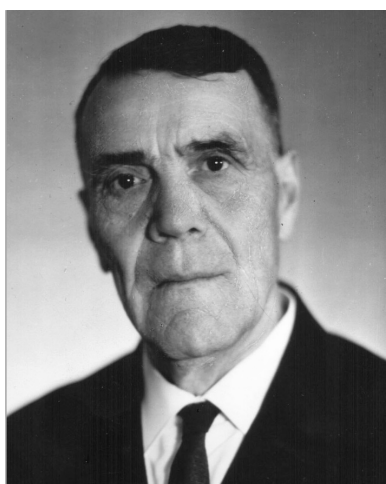
Марк Олександрович
Красносельський
(1920–1997).

Юрій Макарович Березанський отримав результати з теорії стабілізації лінійних стаціонарних динамічних систем у загальній матричній формі із застосуванням до задачі стабілізації

³У спогадах „Капустин Яр” професор Яков Гельфандбейн пише: „... Илью Марковича Рапопорта, д-ра физ.-мат. наук, профессора МАИ, главного научного консультанта С. П. Королева. Мы дружили семьями, он часто приезжал в Ригу на защиты диссертаций, оппонирование которых он принимал по моему совету. Интересный это был человек. Его С. П. Королев забрал к себе из Киева. Занимался он самыми сложными проблемами конструирования, а в то время важнейшей была проблема упругих колебаний корпуса (многоступенчатость), и эту проблему, назвав „Теорией колебаний упругой линии тела, частично заполненного жидкостью”, он решал в течение ряда лет, ежегодно выпуская книги по 350–400 страниц, в которых практически не было текста — одни формулы. В одной из них он допустил две ошибки, в документах гл. конструктора исправил их, а потом объявил конкурс среди аспирантов и студентов МАИ на их поиск, пообещав тому, кто их выявит, ученую степень кандидата наук без защиты диссертации. Ошибки были найдены, и обещание было им выполнено”.

й керованості руху ракет⁴. Із 1960 р. аналогічний результат має назву „критерій керованості Калмана”. Результат Ю. М. Березанського через п’ять років істотно розвинув його учень, співробітник ОКБ-692 (Харків) В. М. Романенко. Використовуючи методи теорії функцій для матриць, він отримав необхідну і достатню умову стабілізованості лінійної динамічної системи у випадку, коли матриця динамічної системи має кратні власні значення. **Марк Олександрович Красносельський** (працював в ІМ з 1947 по 1952 р.) в науково-технічних темах під загальною назвою „Влияние параметров различных систем управления ракетами дальнего действия на устойчивость их движения по траектории и точность стрельбы”⁵ дослідив і сформулював конкретні рекомендації для вибору органів керування на забезпечення стійкості руху центра мас ракети за розрахунковою траєкторією.

Б. І. Рабінович ніколи не був штатним співробітником ІМ. Але після того, як І. М. Рапопорт залишив інститут, саме Борис Ісаакович виявився тією ланкою, яка сприяла подальшому розвитку в ІМ всевітньо відомої наукової школи з динаміки тіл із порожнинами, що містять рідину. Цим потрібно також завдячувати, зокрема, **Степану Федоровичу Фещенку** й (академіку) **Івану Олександровичу Луковському**.



Степан Федорович
Фещенко (1903 – 1981).



Іван Олександрович
Луковський.

Задля військових потреб, насамперед створеного у 1954 р. ОКБ-586 на чолі з М. К. Янгелем, на початку 1959 р. за Постановою Президії АН УРСР від 16.12.1958 р. в ІМ було створено науковий підрозділ „Лабораторія № 1”, яку очолив С. Ф. Фещенко (з 1965 р. — відділ сучасних проблем динаміки). За півтора року було розроблено і досліджено математичну модель збуреного руху міжконтинентальної балістичної ракети 8К64 із двигунами на рідинному пальному. На початку 60-х років нагальною стала проблема врахування коливання палива в нециліндричних баках при їхньому частковому заповненні. Було розроблено методи визначення гідродинаміч-

⁴Закритий технічний звіт ІМ за спеціальною темою „Исследование устойчивости движения ракет типа Р-12 на активном участке полета”, керівник — д-р техн. наук І. М. Рапопорт, виконавець — д-р фіз.-мат. наук Ю. М. Березанський, 1957 р., розсекречено в 1998 р.

⁵Науковий керівник — акад. О. Ю. Ішлінський, виконавець — д-р фіз.-мат. наук М. О. Красносельський (розсекречено в 1998 р.), виконано згідно з технічним завданням НДІ-88.

них коефіцієнтів рівнянь збуреного руху твердого тіла з порожнинами складної геометричної форми, частково заповненими ідеальною нестисливою рідиною, які ґрунтуються на варіаційних методах. Акад. І. О. Луковський та його учні розробили методи визначення приєднаних мас рідини за заданим спектром частот вільних коливань обмеженого об'єму рідини, метод розбиття області з рідиною на підобласті й метод розвинення в ряди розв'язків неоднорідних крайових задач за власними функціями задач із параметром у граничних умовах. Важливе місце в цій проблематиці займають дослідження з *нелінійної динаміки тіл з порожнинами*, які частково заповнені рідиною. І. О. Луковський узагальнив метод Г. С. Наріманова, в якому використано ідеї методу теорії збурень, на випадок порожнини довільної осесиметричної форми. Ним було закладено основу для нелінійного модального методу в теорії руху твердого тіла з порожнинами, частково заповненими рідиною, який пізніше дістав назву модального методу Майлза – Луковського.



Юрій Олексійович
Митропольський (1917–2008).



Володимир Семенович
Корольок (1925–2020).

Після короткого трирічного (1955–1958 рр.) перебування на посаді директора акад. Б. В. Гнеденка ІМ очолив акад. **Юрій Олексійович Митропольський**, тоді вже широко визнаний спеціаліст у галузі нелінійної механіки і теорії диференціальних рівнянь⁶. На той час в ІМ було сім відділів, з яких чотири проводили дослідження із МПМ: математичної фізики (Ю. О. Митропольський), диференціальних рівнянь (Ю. Д. Соколов), загальної механіки (О. Ю. Ішлінський) і математичної теорії пружності (Г. М. Савін). Директорство Ю. О. Митропольського сприяло розширенню й розвитку досліджень із МПМ, зокрема динаміки твердого тіла, яке підвішене на струні й обертається навколо вертикальної осі з великою кутовою швидкістю, задачам керування і стабілізації робототехнічних систем, математичної теорії стійкості руху динамічних систем при параметричних збуреннях (збуреннях коефіцієнтів) детермінованої і стохастичної природи. Інтенсифікації досліджень також сприяло цільове фінансування відомчими НДІ, КБ

⁶Ю. О. Митропольський (із 1950 р. в ІМ) – учень акад. М. М. Боголюбова. Після захисту в 1948 р. кандидатської дисертації „Исследование резонансных явлений в нелинейных системах с переменными частотами” він у 1951 р. захистив докторську дисертацію „Медленные процессы в нелинейных колебательных системах со многими степенями свободы”.

і Державним комітетом з науки і техніки. Акад. **Володимир Семенович Королюк** — один із перших науковців України, хто оцінив прикладне значення і роль в МПМ теорії ймовірностей в цілому і напівмарковських процесів зокрема. В. С. Королюк започаткував новий напрямок — асимптотичний аналіз випадкових еволюцій.



Володимир Миколайович
Кошляков (1922 – 2009).



Марія Євдокимівна
Темченко (1925 – 2000).



Володимир Олександрович
Стороженко.

Дослідження з теорії гіроскопів і інерціальної навігації продовжили учні акад. О. Ю. Ішлінського — О. П. Бойчук, В. П. Василенко, В. М. Калинович, В. О. Стороженко, М. Є. Темченко і акад. **Володимир Миколайович Кошляков**. Було розглянуто геометрію і кінематику гіроскопічних систем у карданових підвісах, питання орієнтації рухомих об'єктів, що регулюються гіроскопічними приладами. Досліджено нові явища, пов'язані з пружністю елементів гіроскопічних конструкцій. Побудовано теорію різних гіровертикалей, гіроскопічних стабілізаторів, гірокомпасів, гіроінтегратора лінійних прискорень. Проаналізовано точність і стійкість гіроскопічних інерціальних систем навігації залежно від похибок їхніх чутливих елементів і умов експлуатації, дано обґрунтування нових принципових схем платформної й безплатформної інерціальних навігаційних систем, створено узагальнені алгоритми функціонування інерціальних систем із використанням апарата кватерніонів (комплексних чисел із однією дійсною і трьома уявними одиницями), параметрів Родрига–Гамільтона і параметрів Кейлі–Клейна. **Марія Євдокимівна Темченко**⁷ розв'язала задачу С. Л. Соболева про рух дзиги з порожниною, яка цілком заповнена ідеальною нестисливою рідиною, для порожнин двох конфігурацій (еліпсоїда обертання і кругового циліндра).

В середині 70-х років інтерес до задачі про рух твердого тіла на струнному підвісі зріс у зв'язку із запропонованим співробітником Інституту механіки АН УРСР С. В. Малашенком методом динамічного балансування унікальних за габаритами і вагою виробів (роторів турбін для електростанцій, корпусів космічних апаратів тощо). **Володимир Олександрович Стороженко** довів, що при обертанні підвішеного на струні тіла довільної конфігурації з достатньо великою

⁷ „Об устойчивости вращения твердых тел и тел с жидким наполнением эллипсоидальной формы” (Дис. ... канд. фіз.-мат. наук, Київ, 1954).

кутовою швидкістю можлива така форма стаціонарного руху, при якій одна з його головних центральних осей інерції дуже близька до нерухомої вертикалі.



Данило Григорович
Коренівський (1937–2014).



Володимир Борисович Ларін.



Остап Пилипович Бойчук
(1933–2002).

Поява на початку 70-х років малогабаритної електронної бортової обчислювальної техніки зняла гостроту проблеми мінімізації ваги автомата керування дальністю польоту ракетних систем. Розвиваючи ідеї О. Ю. Ішлінського, на початку 80-х років **Данило Григорович Коренівський** розробив методи автономного інерціального наведення міжконтинентальних ракет, запропонував нові електромеханічні способи автономного інерціального наведення. Значний внесок науковців ІМ полягає в розв'язанні проблем керування роботосистемами (керівник лабораторії робототехнічних систем — професор **Володимир Борисович Ларін**). Ними розроблено один із можливих підходів до розв'язання задачі синтезу систем керування рухом крокуючого апарата, який розглядається як система зі змінними в'язями. Описано ударні процеси при накладанні нових в'язей (зміна опорних кінцівок, перехід від одно- до двоопорної фази руху). Створено алгоритми керування нестаціонарними режимами руху (зрушення й зупинка, зміна програми руху, рух за заданою доріжкою, ходіння по сходах тощо), розглянуто питання оптимізації цих алгоритмів (В. Б. Ларін, Б. А. Бордюг, К. І. Науменко, А. Г. Тимошенко). **Остап Пилипович Бойчук** розвинув новий метод дослідження стійкості й автоколивань нелінійних систем керування і розв'язав деякі загальні задачі теорії оптимальних систем із особливостями в постановці Р. Калмана. Він уперше вказав на загальний характер рівнянь збуреного руху автономних інерціальних систем, побудованих за різними принципами, довів у загальній постановці теорему М. Шулера, що дозволило закласти основи теорії класу нових інерціальних систем навігації.

Широкий спектр досліджень із МПМ до 1990 р. був обумовлений істотним збільшенням наукового потенціалу ІМ. Наприклад, у відділі динаміки та стійкості багатовимірних систем, одному з трьох відділів, де велися дослідження з МПМ, в 1988 р. працювали чотири доктори і п'ять кандидатів наук. Збільшення числа наукових працівників відділу відбувалося завдяки виконанню додаткових науково-дослідних робіт за державним замовленням. Комітет науки і техніки СРСР виділяв на поповнення штатного складу відділу цільове бюджетне фінансування

в розмірі восьми посад старшого наукового співробітника за умови, щоб *виділене фінансування цієї теми залишалось у бюджеті ІМ „довічно”*.



Анатолій Михайлович
Самойленко (1937–2020).



Володимир Леонідович
Макаров.



Олександр Миколайович
Тимоха.

Факторами, що сприяли розвитку досліджень з МПМ, було обрання у 1988 р. директором ІМ акад. **Анатолія Михайловича Самойленка**, одного із провідних спеціалістів у галузі диференціальних рівнянь, якому також належить низка фундаментальних результатів у нелінійній механіці й теорії стійкості [5, 6], а також створення у 1998 р. відділу обчислювальної математики, який очолив акад. **Володимир Леонідович Макаров**. Останнє ініціювало сумісні роботи В. М. Кошлякова й В. Л. Макарова, присвячені аналізу систем диференціальних рівнянь, що виникають у гіроскопічних задачах. Вони розглянули загальну задачу вилучення неконсервативних позиційних структур із диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими матричними коефіцієнтами за припущення, що матриці дисипативних і неконсервативних позиційних структур можуть бути виродженими. За достатньо загальних припущень доведено теореми, що дають необхідні й достатні умови існування перетворення Ляпунова, яке зводить початкове рівняння до еквівалентного (в сенсі Ляпунова) автономного вигляду з симетричною матрицею позиційних сил.

Дослідження з МПМ у 80–90-х рр. були зосереджені у трьох відділах: звичайних диференціальних рівнянь і теорії коливань (А. М. Самойленко; створений у 1987 р., вказана назва з 2000 р.), динаміки та стійкості багатовимірних систем (І. О. Луковський) та аналітичної механіки (В. М. Кошляков, з 2004 р. — В. В. Новицький). У 2016 р. два останніх відділи об'єднано в один із назвою „*Математичні проблеми механіки та теорії керування*”. З 2017 р. завідувачем цього об'єднаного відділу є учень акад. І. О. Луковського акад. **Олександр Миколайович Тимоха**.

Після розпаду СРСР і проголошення незалежності України відбулась істотна корекція наукової тематики ІМ. Незважаючи на зацікавленість таких відомих інституцій, як КБ „Південне” і „Хартрон”, припинилося фінансування прикладних математичних програм, які були пов'язані з військово-промисловим комплексом, із космічними дослідженнями й технологіями. Це було характерним не лише для традиційної тематики, а й для нових напрямків досліджень, до яких

належить створена акад. І. О. Луковським і акад. О. М. Тимохою у 1980 р. теорія *вібраційної гідродинаміки з вільною поверхнею*. Ідучи паралельним шляхом, експерименти на підтвердження положень такої теорії провів науковець-астронавт Тейлор Ванг на борту космічної лабораторії (США) в 1996 р. Це призвело до часткової втрати наукового пріоритету, який вдалося відвоювати лише впродовж минулих десяти років.



Олексій Григорович
Мазко.



Віктор Володимирович
Новицький.



Степан Петрович
Сосницький.

У 60–70-х рр. увага приділялася теорії стійкості руху й нелінійної механіки, теорії диференціальних, різницевих, диференціально-різницевих та інших функціональних рівнянь, а також теорії оптимального керування. В 70-ті роки минулого століття в ІМ сформувався новий напрямок у теорії стійкості — застосування методів збурення при побудові функцій Ляпунова для динамічних систем, математичними моделями яких є системи лінійних диференціальних рівнянь із періодичними і квазіперіодичними коефіцієнтами. Було введено поняття канонічної функції Ляпунова, для побудови якої розроблено варіаційні методи (М. О. Пустовойтов, О. Б. Ликова, О. А. Бойчук). У роботах А. М. Самойленка, Ю. О. Митропольського і В. Л. Кулика сформульовано і доведено абстрактний принцип зведення в теорії стійкості, що ґрунтується на дослідженні траєкторій динамічних систем за допомогою знакосталих і знакозмінних функцій Ляпунова.

У роботах **Олексія Григоровича Мазка** 1980–2000 рр. побудовано аналоги матричного рівняння Ляпунова для широких класів лінійних динамічних систем. Застосовуючи оператори Крейна–Далецького, максимально узагальнено теореми Ляпунова й Островського–Шнайдера про локалізацію спектра матриці. Узагальнене рівняння Ляпунова застосовано в задачах стабілізації й оптимізації систем керування за умов розміщення спектра в заданій області. Створено *узагальнену теорію трансформацій та інерції лінійних матричних рівнянь*. Узагальнено теореми Хілла і Шнайдера про розподіл спектра матричних сімей, а також деякі класичні результати з матричного аналізу, зокрема закон інерції Сільвестра і формули для рангу й інерції блокових матриць. Введено блокові спектральні задачі для матричних функцій, пов'язані з узагальненим рівнянням Ляпунова і структурою розв'язків динамічних систем і, як наслідок, побудовано алгебраїчні критерії стійкості й локалізації спектра сингулярних систем і лінійних систем із за-

пізненням. Узагальнено теореми типу Томсона – Тета – Четаєва про стійкість механічних систем у формі Лагранжа. Роботи О. Г. Мазка 2000–2010 рр. присвячено *теорії динамічних систем у напівупорядкованому просторі*. Узагальнені класи позитивних і монотонних систем у банаховому просторі описано в термінах лінійних функціоналів і похідних за конусом від нелінійних операторів. Встановлено умови експоненціальної стійкості розв’язків лінійних і нелінійних позитивних систем. У термінах конусних нерівностей описано інваріантні множини динамічних систем. Метод векторних функцій Ляпунова узагальнено як принцип порівняння за конусом сімей динамічних систем. Останні роботи О. Г. Мазка присвячено сучасним проблемам *теорії керування*. Розроблено нові методи стабілізації за виходом неперервних і дискретних систем керування. Встановлено критерії робастної стійкості й оцінки квадратичних критеріїв якості нелінійних систем керування за умов невизначеності. Узагальнено задачу H_∞ -керування для неперервних і дискретних систем з оцінкою зваженого рівня гасіння обмежених збурень. Розроблено алгоритми синтезу зважених H_∞ -оптимальних регуляторів, які успішно застосовано до ряду практичних моделей (робот-маніпулятор, двомасова механічна система, рух літака в режимі посадки), а також дескрипторних систем (електричне коло, гідравлічна система тощо).

Дослідження **Степана Петровича Сосницького** присвячено стійкості динамічних систем: гіроскопічних, консервативних і систем небесної механіки. Досліджено вплив параметричного резонансу на функціонування гіроскопічних компасів. Згодом ці результати узагальнено на більш широкі класи параметрично збурюваних динамічних систем, зокрема на граничні випадки параметричних збурень, коли вони із плином часу змінюються дуже повільно або дуже швидко. Досліджено стійкість рівноваги квазілінійних систем у стандартній формі Боголюбова, виокремлено класи систем, для яких вдається визначити порогове значення малого параметра, що забезпечує на нескінченному інтервалі часу якісну відповідність між розв’язками початкової системи рівнянь і розв’язками усередненої системи. Для дослідження стійкості консервативних систем застосовано як певний аналог функції Ляпунова функцію дії за Гамільтоном. Доведено орбітальну нестійкість лагранжевих розв’язків у задачі трьох тіл. Введено поняття дистальності руху в задачі трьох тіл і показано важливість цієї властивості, коли йдеться про обмеженість руху. Отримано достатні умови стійкості руху за Лагранжем та Хіллом у загальному випадку задачі трьох тіл. У випадку обмеженої кругової задачі трьох тіл, коли виконується умова Хілла, доведено обмеженість руху тіла з малою масою у просторовому і плоскому випадках. У випадку обмеженої плоскої еліптичної задачі трьох тіл отримано достатні умови стійкості руху за Лагранжем тіла з малою масою.

У дослідженнях О. Н. Комаренка для *загальної задачі трансмісії* (крайової задачі з розривними коефіцієнтами) побудовано аналог спектральної теорії. Доведено теореми про ізоморфізм (взаємно однозначне відображення) для таких задач із операторами різних порядків за умов спряження. Ця теорія застосовується, зокрема, при розв’язанні задач фільтрації рідини в середовищах неоднорідної густини.

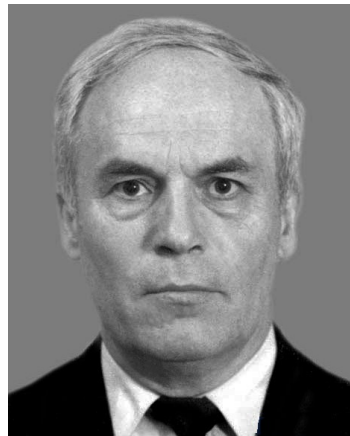
У працях **Володимира Антоновича Троценка** і **Юрія Володимировича Троценка** розвинуто варіаційний метод Рітца розв’язання задачі про *коливання оболонок обертання*, який має однакою збіжність як при середніх, так і при малих значеннях відносної товщини оболонок. Метод забезпечує збіжність у рівномірній матриці як самих розв’язків, так і їхніх перших чотирьох похідних у всій області інтегрування рівнянь [7]. Ю. В. Троценко побудував загаль-



Володимир Антонович
Троценко.



Юрій Володимирович
Троценко.



Михайло Якимович
Барняк.

ну математичну модель динамічної взаємодії оболонок обертання із приєднаним до одного з її торців абсолютно твердим тілом скінченних розмірів. Досліджено границі застосувань спрощених постановок розглядуваної задачі, які базуються на балковій апроксимації згинних коливань оболонок.

Михайло Якимович Барняк запропонував наближено-аналітичні методи побудови розв'язків задачі про власні коливання ідеальної рідини в посудинах складної форми за допомогою кусково-гармонічних функцій, які неперервні в області, а їхні перші частинні похідні можуть витримувати розрив на поверхнях розділу підобластей, а також системи гармонічних функцій, які задовольняють умову непротікання на сферичній поверхні, крім верхнього полюса. Він запропонував варіаційний метод розв'язування задачі про власні коливання фізичного маятника з порожниною, частково заповненою рідиною, а також багаточисловою рідиною.

Література

1. А. М. Самойленко, В. В. Строк, В. І. Сукретний, Хроніка-2005: сторінки з історії Інституту математики НАН України, Ін-т математики НАН України, Київ (2005).
2. J. Carlson, A. Jaffe, A. Wiles, The millenium prize problems, Providence (2006).
3. Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов, Приложение методов нелинейной механики к теории стационарных колебаний, ВУАН, Киев (1934).
4. Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов, Введение в нелинейную механику: приближенные и асимптотические методы нелинейной механики, Изд-во АН УССР, Киев (1937).
5. А. М. Самойленко, Р. І. Петришин, Багаточастотні коливання нелінійних систем, Пр. Ін-ту математики НАН України, **21** (1998).
6. А. М. Самойленко, Р. І. Петришин, Математичні аспекти теорії нелінійних коливань, Наук. думка, Київ (2004).
7. И. А. Луковский, В. А. Троценко, В. И. Усюкин, Взаимодействие тонкостенных упругих элементов с жидкостью в подвижных полостях, Наук. думка, Киев (1989).

Одержано 23.04.21