

УДК 512.643:517.926

Локализация спектра и устойчивость динамических систем / А.Г. Мазко // Труды Института математики НАН Украины. Т. 28 — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1999. — 216 с.

ISBN 966-02-1465-0

В книге изложены методы локализации собственных значений матриц и матричных функций, основанные на построении и изучении обобщенного уравнения Ляпунова. Развита теория линейных уравнений и операторов в пространстве матриц. Обобщены известные теоремы об инерции эрмитовых решений матричных уравнений. Теоретические результаты использованы в задачах анализа и синтеза динамических систем. Разработаны новые алгебраические методы исследования устойчивости, оценки спектра и представления решений линейных дифференциальных и разностных систем произвольного порядка.

Монография рассчитана на научных работников, инженеров и аспирантов, интересующихся теорией устойчивости и стабилизации динамических систем, матричным анализом и его приложениями.

Библиогр.: 132 назв.

In this book, the methods for localization of eigenvalues of matrices and matrix functions based on constructing and studying the generalized Lyapunov equation are presented. The theory of linear equations and operators in matrix space is developed. The known theorems on the inertia of Hermitian solutions of matrix equations are generalized. The theoretical results are used in analysis and synthesis problems for dynamic systems. New algebraic methods for stability analysis, an evaluation of spectrum and representation of solutions of linear arbitrary order differential and difference systems are worked out.

The monograph is intended for scientists, engineers and post-graduate students interested in stability and stabilization theory for dynamic systems, matrix analysis and its applications.

*Утверждено к печати ученым советом
Института математики НАН Украины*

ISBN 966-02-1465-0

© А.Г. Мазко

1999

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|----------------|---|
| Введение | 5 |
|----------------|---|

Глава 1

Распределение спектра матрицы

относительно плоских кривых 13

| | |
|---|----|
| § 1. Описание областей комплексной плоскости | 13 |
| § 2. Оператор L_f | 17 |
| § 3. Обобщенная теорема Ляпунова | 24 |
| § 4. Эрмитовы функции класса \mathcal{F}_0^m | 34 |
| § 5. Теорема инерции | 45 |
| § 6. Расположение собственных значений на плоских кривых | 49 |
| § 7. Оценки и локализация собственных значений | 51 |
| § 8. Условия управляемости в обобщенном уравнении Ляпунова | 56 |

Глава 2

Построение аналогов уравнения

Ляпунова для матричных функций..... 64

| | |
|--|----|
| § 1. Оператор M_f | 64 |
| § 2. Матричные функции, допускающие правильную факторизацию | 68 |
| § 3. Матричный полином и его сопровождающая линейная форма | 73 |
| § 4. Алгебраические системы расщепления спектра | 76 |
| § 5. Правые и левые пары матричной функции | 83 |
| § 6. Теоремы о локализации собственных значений | 89 |
| § 7. Построение достаточных условий локализации спектра | 94 |

*Глава 3***Анализ спектра и решений**

| | |
|--|-----------|
| линейных динамических систем | 99 |
| § 1. Локализация спектра и оптимизация линейных управляемых систем | 99 |
| § 2. Устойчивость вырожденных непрерывных и дискретных систем | 110 |
| § 3. Дифференциальные и разностные системы второго порядка | 117 |
| § 4. Условия устойчивости некоторых классов дифференциально-разностных и стохастических систем | 124 |
| § 5. Представление решений линейных динамических систем | 131 |

*Глава 4***Матричные уравнения**

| | |
|---|------------|
| и закон инерции | 137 |
| § 1. Оценка ранга матрицы-решения | 137 |
| § 2. Инерция эрмитовых решений | 142 |
| § 3. Трансформации и условия разрешимости матричных уравнений | 145 |
| § 4. Инерциальные свойства трансформируемых уравнений | 152 |
| § 5. Распределение собственности матричных коллективов | 163 |
| § 6. Методы построения решений матричных уравнений | 167 |

| | |
|--|------------|
| Дополнение 1. Представления линейных операторов в пространстве матриц | 176 |
|--|------------|

| | |
|--|------------|
| Дополнение 2. Линейные уравнения в полуупорядоченном пространстве | 186 |
|--|------------|

| | |
|------------------------------------|------------|
| Список литературы | 197 |
|------------------------------------|------------|

| | |
|--|------------|
| Указатель обозначений | 211 |
|--|------------|

| | |
|-----------------------------|------------|
| Оглавление | 213 |
|-----------------------------|------------|

CONTENTS

| | |
|---------------------------|----------|
| Introduction | 5 |
|---------------------------|----------|

Chapter 1

| | |
|--|-----------|
| Distribution of spectrum of a matrix with respect to plane curves | 13 |
| § 1. Description of domains in a complex plane | 13 |
| § 2. The operator L_f | 17 |
| § 3. Generalized Lyapunov theorem | 24 |
| § 4. Hermitian functions of the class \mathcal{F}_0^m | 34 |
| § 5. Inertia theorem | 45 |
| § 6. Eigenvalues location on plane curves | 49 |
| § 7. Estimates and localization of eigenvalues | 51 |
| § 8. Conditions of controllability in generalized Lyapunov equation | 56 |

Chapter 2

| | |
|--|-----------|
| Construction of analogs of the Lyapunov equation for matrix functions | 64 |
| § 1. The operator M_f | 64 |
| § 2. Matrix functions assumed a regular factorization | 68 |
| § 3. Matrix polynomial and its companion linear form | 73 |
| § 4. Algebraic systems of a spectrum splitting | 76 |
| § 5. Right and left pairs of a matrix function | 83 |
| § 6. Theorems on localization of eigenvalues | 89 |
| § 7. Construction of sufficient conditions for localization of the spectrum | 94 |

Chapter 3

| | |
|--|-----------|
| Analysis of spectrum and solutions of linear dynamic systems | 99 |
| § 1. Localization of spectrum and optimization of linear controllable systems | 99 |
| § 2. Stability of descriptor systems with continuous and discrete time | 110 |
| § 3. The second order differential and difference systems | 117 |
| § 4. Stability conditions for some classes differential-difference and stochastic systems | 124 |
| § 5. Representation of solutions of linear dynamic systems | 131 |

Chapter 4

| | |
|---|------------|
| Matrix equations and inertia principle ... | 137 |
| § 1. Estimation of the rank of a matrix solution | 137 |
| § 2. Inertia of the Hermitian solutions | 142 |
| § 3. Transformations and conditions of solvability for matrix equations | 145 |
| § 4. Inertial properties of transformable equations | 152 |
| § 5. Distribution of the ownership of matrix collectives | 163 |
| § 6. Methods for constructing solutions of matrix equations | 167 |
| Addition 1. Representations of linear operators in space of matrices | 176 |
| Addition 2. Linear equations in partially ordered space | 186 |
| References | 197 |
| Notation | 211 |
| Contents | 213 |