

1. Доведіть що кожен елемент $\alpha \in K$ скінченного розширення полів K/F є алгебраїчним над F . Тобто існує многочлен $f \in F[x]$ такий що $f(\alpha) = 0$.

Задача 4

① Нехай $[K:F] = n$, $\alpha \in K$

Тоді набір $\{1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^n\}$ є лінійно залежним (кількість ел-тів набору перевищує розмірність простору) \Rightarrow

$\exists a_k \in F$ не всі нульові: $a_0 + a_1 \alpha + \dots + a_n \alpha^n = 0$

і отже, $f(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n \in F[x]$

Таким чином, що $f(\alpha) = 0$