

4. Нехай F це деяке поле і
 $g \in F[x]$. Фактор $V = F[x]/\langle g \rangle$
є вище $\langle g \rangle$ векторним
простором над F розмі-
рності $\dim_F V = \deg g$. Така
кількість V є полем тоді
і тільки тоді коли $g \in F$
незвідним многочленом.

(\Leftarrow) Нехай $g \in F[x]$ незвідним.
Тоді ідеал $\langle g \rangle$ є макси-
мальним, а тому $V = F[x]/\langle g \rangle$
є полем.

(\Rightarrow) Нехай V -поле.

Принимается, что $g = z_1 z_2 g^e$
 $0 < \deg z_1 < \deg g$ и $0 < \deg z_2 < \deg g$
тогда

$$0 = [g] = [z_1 z_2] = [z_1][z_2]$$

где $[f] = f + \langle g \rangle$, а 0 — это 0 в

квивалентности $F[x]/\langle g \rangle$ modulo $\langle g \rangle = \langle g \rangle$
(ноль)

Все так же $0 < \deg z_1 < \deg g$ и
 $0 < \deg z_2 < \deg g$, но $[z_1] \neq 0$ и
 $[z_2] \neq 0$, все тогда $[z_1] - g^i -$
для некоторого $i \in \mathbb{N}$, что невозможно
так как V — поле.