

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
Інститут математики НАН України

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Директор Інституту  
математики НАН України

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_р.

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
**навчальної дисципліни**  
**«Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях»**

Галузь знань: 11 «Математика та статистика»  
Спеціальність: 113 «Прикладна математика»

Курс – 1 Семестр – 1, 2

Аудиторні (лекційні) заняття – 28  
Самостійна робота – 92 Екзамен – 2 семестр  
Усього (годин/кредитів ECTS) – 120/4

Навчальна програма навчальної дисципліни "Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях"	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 2 з 8
---	--	-------------

Індекс НП-ДВІ07.02

Навчальну програму дисципліни **«Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях»** розроблено на основі освітньо-наукової програми та навчального плану підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти – доктора філософії – спеціальності 113 «Прикладна математика», затверджених 17 травня 2016 року та відповідних нормативних документів.

Навчальну програму розробили:

Завідувач відділу обчислювальної  
математики, академік НАН України \_\_\_\_\_ В.Л.Макаров

провідний науковий співробітник  
відділу обчислювальної математики \_\_\_\_\_ В.Б.Василик

Навчальну програму обговорено та схвалено на засіданні відділу  
обчислювальної математики спеціальності 113 «Прикладна математика»

Завідувач відділу, академік НАН України \_\_\_\_\_ В.Л.Макаров

Навчальну програму схвалено та затверджено на засіданні Вченої ради  
Інституту математики НАН України, протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Вчений секретар  
Інституту математики НАН України \_\_\_\_\_ І.В. Соколенко

Навчальна програма навчальної дисципліни "Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях"	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 3 з 8
--	---	-------------

## 1. ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Навчальна програма навчальної дисципліни «Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях» є теоретичною та практичною основою сукупності знань та вмінь, що формують профіль фахівця в галузі прикладної математики.

**Метою** викладання дисципліни є прищеплення уміння використання сучасних методів обчислювальної математики на основі ступеня магістра в галузі знань 11 «Математика та статистика» зі спеціальності 113 «Прикладна математика» шляхом здобуття ними компетентностей, достатніх для виконання оригінальних наукових досліджень, результати яких мають наукову новизну, теоретичне та практичне значення.

**Завданнями** вивчення навчальної дисципліни є формування компетентностей потрібних для проведення наукових досліджень:

Компетентність у використанні та розробці сучасних методів обчислювальної математики	<p><i>Знати:</i> основні сучасні методи обчислювальної математики: апроксимація, методи наближення основних операцій аналізу, ітераційні методи розв'язування лінійних, нелінійних рівнянь та екстремальних задач. Основні прийоми розробки нових методів.</p> <p><i>Вміти:</i> використовувати сучасні методи обчислювальної математики; розробляти та теоретично обґрунтовувати нові високоточні наближені методи розв'язання задач сучасного природознавства</p>
Здатність проводити чисельні експерименти.	<p><i>Знати:</i> основні етапи проведення чисельного експерименту.</p> <p><i>Вміти:</i> здійснювати чисельні експерименти, використовуючи сучасні методи обчислювальної математики.</p>
Компетентність у алгоритмізації обчислювальних процесів та методів	<p><i>Знати:</i> основні етапи та принципи алгоритмізації обчислювальних методів; техніки оцінки обчислювальної складності та методи верифікації алгоритмів; основні види паралелізму та типові прикладні задачі, що реалізують ці види; способи розпаралелювання послідовних алгоритмів.</p> <p><i>Вміти:</i> алгоритмізувати обчислювальні методи; оцінювати обчислювальну складність алгоритмів; розпаралелювати послідовні алгоритми; аналізувати паралельні алгоритми та оцінювати їх обчислювальні складність та масштабованість по ресурсам та вхідним даним.</p>

Навчальний матеріал дисципліни структурований за модульним принципом і складається з двох навчальних модулів, а саме: навчального модуля №1 «Обчислювальні методи в алгебрі та аналізі»,

Навчальна програма навчальної дисципліни "Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях"	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 4 з 8
---	--	-------------

навчального модуля №2 «Обчислювальні методи розв'язування диференціальних рівнянь», кожен з яких є логічно завершеною, відносно самостійною, цілісною частиною навчальної дисципліни, засвоєння якої передбачає підготовку та захист звіту за проведену роботу та аналіз результатів її виконання.

Навчальна диципліна «Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях» базується на знаннях отриманих під час здобуття ступеня магістра та є базою для вивчення дисциплін з «циклу дисциплін вільного вибору аспіранта».

## **2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ ТА НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЗАНЯТЬ**

### **2.1. Модуль №1 «Обчислювальні методи в алгебрі та аналізі»**

**Тема 2.1.1. Елементи теорії похибок. Методи розв'язування рівнянь з однією змінною.** Елементи теорії похибок (Постановка прямої та оберненої задач теорії похибок. Джерела виникнення та види похибок обчислень. Поняття обчислювального експерименту. Похибки заокруглення та їх вплив на результати обчислень. Стійкість. Коректність) Методи поділу відрізка навіпіл, простої ітерації, релаксації. Метод Ньютона для одного рівняння. Метод січних.

**Тема 2.1.2. Прямі методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.** Метод Гауса та його матрична інтерпретація, метод квадратних коренів. Обчислення оберненої матриці та визначника. Методи прогонки та їхня складність Обчислювальна похибка та обумовленість систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

**Тема 2.1.3. Ітераційні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.** Метод Якобі, метод Зейделя, метод простої ітерації, однокрокові методи.

**Тема 2.1.4. Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь.** Метод простої ітерації, метод Ньютона.

**Тема 2.1.5. Знаходження власних чисел та власних векторів матриць.** Степеневий метод розв'язання часткової задачі на власні значення: знаходження максимального, мінімального за модулем власних значень. Знаходження власних векторів за власними значеннями. Метод обертання (Якобі) розв'язання повної проблеми власних значень.

**Тема 2.1.6. Інтерполювання функцій за допомогою поліномів.** Інтерполяційні формули Лагранжа та Ньютона. Похибка інтерполювання.

Навчальна програма навчальної дисципліни "Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях"	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 5 з 8
---	--	-------------

Залишковий член. Многочлени Чебишова. Оптимізація вибору вузлів інтерполяції. Збіжність процесу інтерполювання. Інтерполювання з кратними вузлами.

**Тема 2.1.7. Інтерполювання функцій за допомогою сплайнів.** Інтерполяційні сплайни. Алгоритм побудови кубічних сплайнів, В-сплайнів.

**Тема 2.1.8. Апроксимація функцій.** Середньоквадратичне наближення. Алгоритм побудови найкращого середньоквадратичного наближення. Побудова многочленів найкращого середньоквадратичного наближення за ортогональними многочленами. Метод найменших квадратів.

**Тема 2.1.9. Чисельне диференціювання.** Інтерполяційні формули. Метод невизначених коефіцієнтів. Обчислювальна похибка чисельного диференціювання.

**Тема 2.1.10. Чисельне інтегрування.** Інтерполяційні формули чисельного інтегрування. Квадратурні формули складеного типу.

**Тема 2.1.11. Принцип Рунге та апостеріорна оцінка похибки чисельного інтегрування.**

**Тема 2.1.12. Квадратурні формули найвищого алгебраїчного степеня точності.** Квадратурні формули Гауса. Частинні випадки квадратурних формул Гауса. Обчислення невластних інтегралів. Кубатурні формули.

## **2.2. Модуль № 2 «Обчислювальні методи розв'язування диференціальних рівнянь»**

**Тема 2.2.1. Наближені аналітичні методи розв'язування задачі Коші.** Метод рядів Тейлора, метод Пікара, методи типу Ейлера.

**Тема 2.2.2. Наближені методи типу Рунге-Кутта.** Методи Рунге-Кутта, методи з вибором кроку інтегрування.

**Тема 2.2.3. Наближені багатокрокові методи.** Багатокрокові методи. Методи типу Адамса. Метод невизначених коефіцієнтів побудови багатокрокових методів.

**Тема 2.2.4. Стійкість методів розв'язування задачі Коші.** Реалізація багатокрокових методів. Стійкість методів розв'язування задачі Коші. Методи інтегрування жорстких систем.

**Тема 2.2.5. Чисельні методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.** Постановки крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь. Метод стрільби для лінійних крайових задач. Методи розв'язання нелінійних крайових задач.

Навчальна програма навчальної дисципліни "Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях"	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 6 з 8
--	---	-------------

**Тема 2.2.6. Варіаційні методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.** Метод Рітца, метод найменших квадратів. Методи Бубнова-Гальоркіна, Гальоркіна-Петрова, колокацій.

**Тема 2.2.7. Різницеві методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.** Методи побудови різницевих схем. Метод прогонки розв'язування різницевих рівнянь другого порядку.

**Тема 2.2.8. Стійкість різницевих методів розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.** Енергетичний метод дослідження стійкості різницевих схем.

**Тема 2.2.9. Різницеві схеми для рівнянь з частинними похідними.** Різницева схема для рівняння теплопровідності. Різницева схема з ваговими множниками для рівняння коливання струни. Різницеві схеми для рівняння Пуассона та їх точність.

**Тема 2.2.10. Стійкість різницевих схем для рівнянь з частинними похідними.** Стійкість та збіжність двошарових та трьохшарових схем.

**Тема 2.2.11. Економічні різницеві схеми для рівнянь з частинними похідними.** Економічні методи для багатовимірних задач математичної фізики (розщеплення, змінних напрямків, сумарної апроксимації).

**Тема 2.2.12. Метод скінченних елементів.** Кусково-лінійна апроксимація в прямокутнику. Білінійні базисні апроксимації. Кусково-поліноміальна апроксимація вищих порядків. Побудова апроксимації в області з криволінійними границями. Ізопараметричні перетворення та криволінійні елементи.

**Тема 2.2.13. МСЕ розв'язання задач для РЧП.** Розв'язання задачі Дірихле, третьої крайової задачі. Розв'язання параболічних та гіперболічних рівнянь МСЕ.

### 1 семестр

теми	Назва теми	Кількість годин	
		лекції	Самост. робота
2.1.1	Елементи теорії похибок. Методи розв'язування рівнянь з однією змінною	1	4
2.1.2	Прямі методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	1	4
2.1.3	Ітераційні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	1	4
2.1.4	Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь	1	4
2.1.5	Знаходження власних чисел та власних векторів матриць	1	4

Навчальна програма навчальної дисципліни "Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях"	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 7 з 8
---	--	-------------

2.1.6	Інтерполювання функцій за допомогою поліномів	1	4
2.1.7	Інтерполювання функцій за допомогою сплайнів	2	4
2.1.8	Апроксимація функцій	2	4
2.1.9	Чисельне диференціювання	1	4
2.1.10	Чисельне інтегрування	1	4
2.1.11	Принцип Рунге та апостеріорна оцінка похибки чисельного інтегрування	1	3
2.1.12	Квадратурні формули найвищого алгебраїчного степеня точності	1	3
Всього годин за семестр		14	46

## 2-й семестр

теми	Назва теми	Кількість годин	
		лекції	Самост. робота
2.2.1	Наближені аналітичні методи розв'язування задачі Коші	1	4
2.2.2	Наближені методи типу Рунге-Кутта	1	3
2.2.3	Наближені багатокрокові методи	1	4
2.2.4	Стійкість методів розв'язування задачі Коші	1	3
2.2.5	Чисельні методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь	2	4
2.2.6	Варіаційні методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь	1	3
2.2.7	Різницеві методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь	1	4
2.2.8	Стійкість різницевих методів розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь	1	3
2.2.9	Різницеві схеми для рівнянь з частинними похідними	1	4
2.2.10	Стійкість різницевих схем для рівнянь з частинними похідними	1	3
2.2.11	Економічні різницеві схеми для рівнянь з частинними похідними	1	4
2.2.12	Метод скінченних елементів	1	4
2.2.13	МСЕ розв'язання задач для РЧП	1	3
Всього годин за семестр		14	46

<p>Навчальна програма навчальної дисципліни "Обчислювальні методи в сучасних наукових дослідженнях"</p>	<p>Спеціальність: 113 «Прикладна математика»</p>	<p>Стор. 8 з 8</p>
---	--	--------------------

### 3. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

#### 3.1. Основні рекомендовані джерела

- 3.1.1 Гаврилюк І.П., Макаров В.Л. Методи обчислень: Підручник: у 2ч. –К.: Вища шк., 1995. – Ч.1., 367 с.
- 3.1.2 Гаврилюк І.П., Макаров В.Л. Методи обчислень: Підручник: у 2ч. – К.: Вища школа, 1995. – Ч.2., 413 с.
- 3.1.3 Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989. - 432 с.
- 3.1.4 Бахвалов Н.С. Жидков Н.П. Кобельков Г.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1987. - 600 с.
- 3.1.5 Ляшко И.И., Макаров В.Л., Скоробогатько А.А. Методы вычислений. – К. Наукова думка, 1976. - 408 с.
- 3.1.6 Гаврилюк І.П., Копистира М.П. Макаров В.Л., Москальков М.Н. Збірник задач з методів обчислень, частина 1, Київський університет. – 2000. - 203с
- 3.1.7 Гаврилюк І.П., Копистира М.П., Макаров В.Л., Москальков М.Н., Збірник задач з методів обчислень, частина 2, Київський університет, - 2001. - 165с.
- 3.1.8 Агошков В.П., Дубовский П.В., Шутяков В.П. Методы решения задач математической физики. - М.: Физматлит. 2002. - 320 с.
- 3.1.9 Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. - М.: Научный мир, 2003. - 426 с.
- 3.1.10 Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. Москва, Высшая школа, 2004. - 186 с.

#### 3.2. Додаткові рекомендовані джерела

- 3.2.1. Волков А.Ф. Численные методы. - М.: Наука, 1982. - 256 с.
- 3.2.2. Самарский А.А., Вабищевич П.Н., Самарская Е.А., Задачи и упражнения по численным методам. М. Эдиториал УРСС, - 2000, 208 с.
- 3.2.3. Бахвалов С.Н., Лапин А.В., Чижонков Е.В., Численные методы в упражнения и задачах. М. Высшая школа. – 2000, 190 с.
- 3.2.4. Самарский А.А.. Теория разностных схем. М.: Наука. 1983. - 656 с.
- 3.2.5. Ляшко И.И., Макаров В.Л., Скоробогатько А.А. Методы вычислений. К.: Наукова думка. 1976. - 408 с.