

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
Інститут математики НАН України

ЗАТВЕРДЖУЮ
Директор Інституту
математики НАН України

«___» _____ 20__ р.

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
«Класична проблема моментів
та узагальнені моментні зображення»
аспірантської програми

Галузь знань: 11 «Математика та статистика»
Спеціальність: 113 «Прикладна математика»

Курс – 2 Семестр – 4

Аудиторні заняття – 68 3 них лекційні – 28
Самостійна робота – 187 Екзамен – 4 семестр
Усього (годин/кредитів ECTS) – 255/8,5

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення»	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 2 з 9
--	--	-------------

Індекс НП-ДВІ07.09

Робочу навчальну програму дисципліни «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення» розроблено на основі освітньо-наукової програми та навчального плану підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти – доктора філософії – спеціальності 113 «Прикладна математика», затверджених 17 травня 2016 року та відповідних нормативних документів.

Робочу навчальну програму розробив:

провідний науковий співробітник

відділу обчислювальної математики _____ А.П.Голуб

Робочу навчальну програму обговорено та схвалено на засіданні відділу обчислювальної математики

Завідувач відділу

В.Л.Макаров

Робочу навчальну схвалено та затверджено на засіданні Вченої ради Інституту математики НАН України, протокол № ___ від «___» _____ 2019 р.

Вчений секретар

Інституту математики НАН України _____ І.В. Соколенко

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення»	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 3 з 9
--	--	-------------

1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Навчальна дисципліна вільного вибору аспіранта «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення» є теоретичною та практичною основою сукупності знань та вмінь, що формують профіль фахівця в галузі прикладної математики за спеціалізацією Інституту математики НАН України.

Курс викладається на 3, чи 4 семестрі навчально-освітньої програми за спеціальністю 113 – Прикладна математика. Теми, що розглядаються в рамках цього курсу за вибором, пов'язуються із науковими напрямками досліджень з теорії наближення функцій та функціонального аналізу.

Навчальна диципліна «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення» базується на знаннях отриманих під час здобуття ступеня магістра та є базою для вивчення інших дисциплін з циклу дисциплін вільного вибору аспіранта зі спеціальності 113 Прикладна математика.

2. РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ ПО ВИДАМ НАВЧАЛЬНИХ ЗАНЯТЬ

Семестр	Всього	Розподіл навчального часу				Семестрова
		Лекції	Практичні та семінарські	Індивід. заняття	Самостій на робота	
3/4	255	28	0	40	187	екзамен
Всього	255	28	0	40	187	

3. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА КОМПЕТЕНТНОСТІ

Метою викладання дисципліни є прищеплення уміння використання сучасних методів теорії наближення раціональними функціями на основі ступеня магістра в галузі знань 11 «Математика та статистика» зі спеціальності 113 «Прикладна математика» шляхом здобуття ними компетентностей, достатніх для виконання оригінальних наукових

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення»	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 4 з 9
---	---	-------------

досліджень, результати яких мають наукову новизну, теоретичне та практичне значення.

Завданнями вивчення навчальної дисципліни є формування компетентностей потрібних для проведення наукових досліджень:

Компетентності, якими повинен оволодіти аспірант	Програмні результати навчання
Компетентність у використанні та розробці сучасних методів проблеми моментів та узагальнених моментних зображень	Знати: основні сучасні методи проблеми моментів та узагальнених моментних зображень (операторний підхід до проблеми моментів, теорія ортогональних та біортогональних поліномів, теорія ланцюгових дробів, інтерполяційна проблема теорії аналітичних функцій). Основні прийоми розробки нових методів. Вміти: використовувати сучасні методи проблеми моментів та узагальнених моментних зображень; розробляти та теоретично обґрунтовувати нові методи раціональної апроксимації аналітичних та спеціальних функцій
Здатність будувати та досліджувати узагальнені моментні зображення спеціальних функцій	Знати: теорію та властивості узагальнених моментних зображень. Вміти: виконувати аналітичні перетворення та чисельні дослідження, пов'язані з класичною проблемою моментів та узагальненими моментними зображеннями

4. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

4.1. Структура

Навчальний матеріал дисципліни складається із **4 тем**, що стосуються додаткових глав базових магістерських курсів з теорії наближення функцій та обчислювальної математики (які є дисциплінами спеціалізації Інституту математики НАН України), а також актуальних наукових результатів останнього десятиліття, які опубліковано у провідних наукових журналах. Теми є логічно завершеними, відносно самостійними, цілісними частинами навчальної дисципліни, засвоєння якої передбачає підготовку та захист звіту за проведену роботу та аналіз результатів її виконання.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення»	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 5 з 9
--	--	-------------

Тема ДВА07.09.1. Класична проблема моментів.

Класична проблема моментів, нескінченні Якобієві матриці та ортогональні многочлени. Проблеми моментів Гамбургера, Стілтєса та Хаусдорфа. Операторний підхід до проблеми моментів. Апроксимації Паде.

Тема ДВА07.09.2. Узагальнені моментні зображення.

Теореми існування для узагальнених моментних зображень. Узагальнені моментні зображення елементарних та спеціальних функцій. Застосування узагальнених моментних зображень до побудови та дослідження апроксимант Паде.

Тема ДВА07.09.3. Узагальнені моментні зображення та узагальнення апроксимацій Паде.

Апроксимації Паде-Чебишева. Багатоточкові апроксимації Паде. Сумісні апроксимації Паде та апроксимації Паде-Ерміта.

Тема ДВА07.09.4. Багатовимірні узагальнені моментні зображення та апроксимації типу Паде функцій кількох змінних.

Багатовимірні узагальнення апроксимацій Паде. Багатовимірні узагальнені моментні зображення. Застосування багатовимірних узагальнених моментних зображень до побудови та дослідження апроксимант типу Паде функцій кількох змінних.

4.2. Розподіл навчального часу за темами

теми	Назва теми	Кількість годин		
		лекції	індивідуальні	Самост. робота
ДВА 07.09.1	Класична проблема моментів	7	10	47
ДВА 07.09.2	Узагальнені моментні зображення	7	10	47
ДВА 07.09.3	Узагальнені моментні зображення та узагальнення апроксимацій Паде	7	10	47
ДВА 07.09.4	Багатовимірні узагальнені моментні зображення та апроксимації типу Паде функцій кількох змінних	7	10	46
Всього годин за семестр		28	40	187

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення»	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 6 з 9
--	--	-------------

4.3 Лекції

Тема ДВА07.09.1. Класична проблема моментів.

Л-1: Класична проблема моментів, нескінченні Якобієві матриці та ортогональні многочлени.

Л-2: Проблеми моментів Гамбургера, Стілтєса та Хаусдорфа.

Л-3: Критерії розв'язності степеневі проблеми моментів.

Л-4: Інтерполяційна проблема теорії аналітичних функцій.

Л-5: Неперервні дроби Стілтєса.

Л-6: Операторний підхід до проблеми моментів.

Л-7: Апроксимації Паде.

Тема ДВА07.09.2. Узагальнені моментні зображення.

Л-1: Узагальнені моментні зображення та апроксимації Паде.

Л-2: Операторне формулювання задачі про узагальнені моментні зображення.

Л-3: Теореми існування для узагальнених моментних зображень.

Л-4: Узагальнені моментні зображення елементарних та спеціальних функцій.

Л-5: Застосування узагальнених моментних зображень до побудови та дослідження апроксимант Паде.

Л-6: Біортогональні поліноми та їх властивості.

Л-7: Теореми інваріантності для апроксимацій Паде.

Тема ДВА07.09.3. Узагальнені моментні зображення та узагальнення апроксимацій Паде.

Л-1: Апроксимації Паде-Чебишева, Паде-Фур'є та ін.

Л-2: Багатоточкові апроксимації Паде.

Л-3: Сумісні апроксимації Паде та апроксимації Паде-Ерміта.

Л-4: Сумісні апроксимації Паде та апроксимації Паде-Ерміта (продовження).

Л-5: Матричні апроксимації Паде.

Л-6: Узагальнені моментні зображення гіпергеометричних функцій.

Л-7: Узагальнені моментні зображення базисних гіпергеометричних рядів.

Л-8: Інтегральні ланцюгові дроби.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення»	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 7 з 9
--	--	-------------

Тема ДВА07.09.4. Багатовимірні узагальнені моментні зображення та апроксимації типу Паде функцій кількох змінних.

Л-1: Багатовимірні узагальнення апроксимацій Паде.

Л-2: Багатовимірні узагальнені моментні зображення.

Л-3: Теореми існування багатовимірних узагальнених моментних зображень.

Л-4: Застосування багатовимірних узагальнених моментних зображень до побудови та дослідження апроксимант типу Паде функцій кількох змінних.

Л-5: Апроксимації типу Паде рядів Аппеля і Гумберта.

Л-6: Апроксимації типу Паде псевдобагатовимірних функцій.

Л-7: Апроксимації типу Паде базисних гіпергеометричних рядів кількох змінних.

4.4 Індивідуальні заняття

Підготовка наукових публікацій за темою курсу.

5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

5.1. Основні рекомендовані джерела

5.1.1. Ахиезер Н.И. *Классическая проблема моментов и некоторые вопросы анализа, связанные с нею.* – М.: Государственное издательство физико-математической литературы. 1961. – 314 с.

5.1.2. Голуб А.П. *Узагальнені моментні зображення та апроксимації Паде.* – Київ: Ін-т математики НАН України, 2002. – 222 с.

5.1.3. Дзядык В.К. *Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений.* – Киев: Наук.думка, 1988. – 304 с.

5.1.4. Крейн М.Г., Нудельман А.А. *Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи.* – М.: Наука, 1973. – 551с.

5.1.5. Никишин Е.М., Сорокин В.Н. *Рациональные аппроксимации и ортогональность.* – М.: Наука, 1988. – 254 с.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення»	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 8 з 9
---	---	-------------

5.1.6. Cuyt A. *Pade Approximants for Operators: Theory and Applications*. – Lecture Notes in Mathematics. – **1065**. – Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1984. – 138 p.

5.1.7. Shohat J. A. and Tamarkin J. D. *The problem of moments*. – New York: American Mathematical Society, 1943. – 140 p.

5.2. Додаткові рекомендовані джерела

5.2.1. Schmüdgen K. *The Moment Problem*. - Springer, 2017. – 530 p.

5.2.2. Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П.Р. *Аппроксимации Паде*. – М.: Мир, 1986. – 502 с.

5.2.3. Джоунс У., Трон В. *Непрерывные дроби. Аналитическая теория и приложения*. – М.: Мир, 1985. – 414 с.

5.2.4. Гаспер Дж., Рахман М. *Базисные гипергеометрические ряды*. — М.: Мир, 1993. — 349 с.

6. РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНКИ

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом дано у розділі 2. Рейтинг аспіранта другого року із спеціальності 113 Прикладна математика з даної дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- | | |
|---|------------|
| 1. Експрес-контроль | - 20 балів |
| 2. Індивідуальні заняття та самостійна робота | - 40 балів |
| 3. Екзамен | - 40 балів |

Заохочувальні і штрафні бали:

- Відсутність на лекції без поважних причин
- (-) 1 бал
- Відсутність на індивідуальних заняттях без поважних причин
(-) 2 бали
- Подана в журнал стаття за темою курсу + (+) 10 балів

Сума як штрафних, так і заохочувальних балів не має перевищувати 0,1R=10 балів.

Система рейтингових балів та критерії оцінювання.

- Експрес-контроль (ваговий бал – 20) проводиться з метою перевірки якості роботи студента в аудиторії і самостійної роботи в позааудиторний час шляхом усного описування чи самостійних робіт тривалістю 10 – 30 хвилин, або індивідуальних домашніх завдань протягом семестру.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Класична проблема моментів та узагальнені моментні зображення»	Спеціальність: 113 «Прикладна математика»	Стор. 9 з 9
---	---	-------------

2. Курс по вибору передбачає те, що аспірант планує скористатися отриманими знаннями в наукових дослідженнях, що в ідеальному варіанті означає підготовку наукових праць, де використовуються набуті знання. В процесі індивідуальних занять із викладачем та самостійної роботи, аспірант працює над вибраною темою дисертації. За це аспірант може отримати наступні бали:

10 балів – демонстрація розуміння того як матеріали курсу використовуються іншими дослідниками в наукових працях за темою дисертаційної роботи;

20 балів – демонстрація розуміння як теоретичні положення курси можна застосувати у власних дослідженнях за темою дисертаційної роботи;

30 балів – практичне використання набутих знань в дослідженнях за темою;

40 балів – використання набутих знань при підготовці публікацій за темою дисертаційної роботи.

3. Екзамен (ваговий бал - 40) складається аспірантом в аудиторний час і складається з 4 завдань, кожне з яких оцінюється в 10 балів.

Критерії оцінювання:

а) правильно виконане завдання оцінюється в 10 балів

б) частково виконане завдання оцінюється в 5-9 балів

в) неправильно виконане завдання оцінюється в 0 балів.

Розрахункова шкала рейтингу для спеціальностей

Сума вагових балів протягом семестру складає:

$$R_C = 20 + 40 + 40 = 100 \text{ (балів).}$$

Рейтинг R_D аспіранта складається з рейтингу, одержаного протягом семестру з урахуванням заохочувальних і штрафних балів. Необхідною умовою допуску аспіранта до екзамену з дисципліни є позитивний рейтинг з усіх форм семестрової атестації. Аспіранти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані підвищити свій рейтинг, інакше вони не допускаються до екзамену з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість.