

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
Інститут математики НАН України

ЗАТВЕРДЖУЮ
Директор Інституту
математики НАН України

«___» _____ 20__ р.

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
«Теорія раціональної апроксимації»
аспірантської програми

Галузь знань: 11 «Математика та статистика»
Спеціальність: 113 «Прикладна математика»

Курс – 2 Семестр – 3

Аудиторні заняття – 68 3 них лекційні – 28
Самостійна робота – 187 Екзамен – 3 семестр
Усього (годин/кредитів ECTS) – 255/8,5

| | | |
|--|--|-------------|
| Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Теорія раціональної апроксимації» | Спеціальність: 113 «Прикладна математика» | Стор. 2 з 9 |
|--|--|-------------|

Індекс НП-ДВІ07.07

Робочу навчальну програму дисципліни «**Теорія раціональної апроксимації**» розроблено на основі освітньо-наукової програми та навчального плану підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти – доктора філософії – спеціальності 113 «Прикладна математика», затверджених 17 травня 2016 року та відповідних нормативних документів.

Робочу навчальну програму розробив:

провідний науковий співробітник
відділу обчислювальної математики _____ А.П.Голуб

Робочу навчальну програму обговорено та схвалено на засіданні відділу обчислювальної математики

Завідувач відділу _____ В.Л.Макаров

Робочу навчальну схвалено та затверджено на засіданні Вченої ради Інституту математики НАН України, протокол № ___ від «___» _____ 2019 р.

Вчений секретар
Інституту математики НАН України _____ І.В. Соколенко

1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Навчальна дисципліна вільного вибору аспіранта «Теорія раціональної апроксимації» є теоретичною та практичною основою сукупності знань та вмінь, що формують профіль фахівця в галузі прикладної математики за спеціалізацією Інституту математики НАН України.

Курс викладається на 3, чи 4 семестрі навчально-освітньої програми за спеціальністю 113 – Прикладна математика. Теми, що розглядаються в рамках цього курсу за вибором, пов'язуються із науковими напрямками досліджень з теорії наближення функцій та обчислювальної математики.

Навчальна дисципліна «Теорія раціональної апроксимації» базується на знаннях отриманих під час здобуття ступеня магістра та є базою для вивчення інших дисциплін з циклу дисциплін вільного вибору аспіранта зі спеціальності 113 Прикладна математика.

2. РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ ПО ВИДАМ НАВЧАЛЬНИХ ЗАНЯТЬ

| Семестр | Всього | Розподіл навчального часу | | | | Семестрова |
|---------|--------|---------------------------|--------------------------|------------------|--------------------|------------|
| | | Лекції | Практичні та семінарські | Індивід. заняття | Самостій на робота | |
| 3/4 | 255 | 28 | 0 | 40 | 187 | екзамен |
| Всього | 255 | 28 | 0 | 40 | 187 | |

3. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА КОМПЕТЕНТНОСТІ

Метою викладання дисципліни є прищеплення уміння використання сучасних методів теорії наближення раціональними функціями на основі ступеня магістра в галузі знань 11 «Математика та статистика» зі спеціальності 113 «Прикладна математика» шляхом здобуття ними компетентностей, достатніх для виконання оригінальних наукових досліджень, результати яких мають наукову новизну, теоретичне та практичне значення.

Завданнями вивчення навчальної дисципліни є формування компетентностей потрібних для проведення наукових досліджень:

| Компетентності, якими повинен оволодіти аспірант | Програмні результати навчання |
|--|--|
| Компетентність у використанні та розробці сучасних методів раціональної апроксимації | Знати: основні сучасні методи теорії раціональної апроксимації та інтерполяції, метод узагальнених моментних зображень, його узагальнення та застосування. Основні прийоми розробки нових методів. Вміти: використовувати сучасні методи теорії раціональної апроксимації та інтерполяції |
| Здатність будувати та досліджувати узагальнені моментні зображення спеціальних функцій | Знати: теорію та властивості узагальнених моментних зображень. Вміти: виконувати аналітичні перетворення та чисельні дослідження, пов'язані з класичною проблемою моментів та узагальненими моментними зображеннями |

4. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

4.1. Структура

Навчальний матеріал дисципліни складається із **4 тем**, що стосуються додаткових глав базових магістерських курсів з теорії наближення функцій та обчислювальної математики (які є дисциплінами спеціалізації Інституту математики НАН України), а також актуальних наукових результатів останнього десятиліття, які опубліковано у провідних наукових журналах. Теми є логічно завершеними, відносно самостійними, цілісними частинами навчальної дисципліни, засвоєння якої передбачає підготовку та захист звіту за проведеною роботу та аналіз результатів її виконання.

Тема ДВА07.07.1. Основи теорії раціональної апроксимації.

Питання апроксимації в лінійних нормованих просторах. Теореми Чебишева. Інтерполяція функцій многочленами та раціональними функціями.

Тема ДВА07.07.2. Апроксимації Паде.

Класична проблема моментів та ортогональні многочлени. Формули Якобі. Таблиця Паде. Узагальнені моментні зображення.

| | | |
|--|--|-------------|
| Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Теорія раціональної апроксимації» | Спеціальність: 113 «Прикладна математика» | Стор. 5 з 9 |
|--|--|-------------|

Тема ДВА07.07.3. Ланцюгові дроби.

Елементарні властивості ланцюгових дробів. Збіжність ланцюгових дробів. Зображення аналітичних функцій ланцюговими дробами. Гіллясті ланцюгові дроби.

Тема ДВА07.07.4. Узагальнення апроксимацій Паде.

Апроксимації Паде-Чебишева. Багатоточкові апроксимації Паде. Сумісні апроксимації Паде. Багатовимірні узагальнення апроксимацій Паде.

4.2. Розподіл навчального часу за темами

| теми | Назва теми | Кількість годин | | |
|-------------------------|---|-----------------|---------------|----------------|
| | | лекції | індивідуальні | Самост. робота |
| ДВА 07.07.1 | Основи теорії раціональної апроксимації | 7 | 10 | 47 |
| ДВА 07.07.2 | Апроксимації Паде | 7 | 10 | 47 |
| ДВА 07.07.3 | Ланцюгові дроби | 7 | 10 | 47 |
| ДВА 07.07.4 | Узагальнення апроксимацій Паде | 7 | 10 | 46 |
| Всього годин за семестр | | 28 | 40 | 187 |

4.3 Лекції

ДВА07.07.1. Основи теорії раціональної апроксимації.

Л-1: Питання апроксимації в лінійних нормованих просторах.

Л-2: Теореми Чебишева. Алгоритми Ремеза.

Л-3: Ряди Фур'є.

Л-4: Теореми Вейерштраса і Стоуна.

Л-5: Модулі неперервності функцій. Теореми Джексона.

Л-6: Конструктивна характеристика функцій.

Л-7: Інтерполяція функцій многочленами та раціональними функціями.

ДВА07.07.2. Апроксимації Паде.

Л-1: Класична проблема моментів та ортогональні многочлени.

Л-2: Формули Якобі.

Л-3: Таблиця Паде та її властивості.

Л-4: Теореми Монтессу де Болора.

Л-5: Гіпотеза Паде.

Л-6: Узагальнені моментні зображення.

Л-7: Біортогональні поліноми та теореми інваріантності для апроксимацій Паде.

Тема ДВА07.07.3. Ланцюгові дроби.

Л-1: Елементарні властивості ланцюгових дробів.

Л-2: Періодичні ланцюгові дроби.

Л-3: Збіжність ланцюгових дробів.

Л-4: Зображення аналітичних функцій ланцюговими дробами.

Л-5: Інтерполяція ланцюговими дробами. Формула Тіле.

Л-6: Гіллясті ланцюгові дроби.

Л-7: Інтегральні ланцюгові дроби.

Тема ДВА07.07.4. Узагальнення апроксимацій Паде.

Л-1: Апроксимації Паде-Чебишева, Паде-Фур'є та ін.

Л-2: Багатоточкові апроксимації Паде.

Л-3: Сумісні апроксимації Паде та апроксимації Паде-Ерміта.

Л-4: Матричні апроксимації Паде.

Л-5: Багатовимірні узагальнення апроксимацій Паде.

Л-6: Багатовимірні узагальнені моментні зображення.

Л-7: Багатовимірні узагальнені моментні зображення (продовження).

4.4 Індивідуальні заняття

Підготовка наукових публікацій за темою курсу.

5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

5.1. Основні рекомендовані джерела

- 5.1.1. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации. 2-ое изд. – М.: Наука, 1965. – 408 с.
- 5.1.2. Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П.Р. Аппроксимации Паде. – М.: Мир, 1986. – 502 с.
- 5.1.3. Боднар Д.И. Ветвящиеся цепные дроби. – К.: Наук.думка, 1986. – 176с.
- 5.1.4. Голуб А.П. Узагальнені моментні зображення та апроксимації Паде. – Київ: Ін-т математики НАН України, 2002. – 222 с.
- 5.1.5. Джоунс У., Трон В. Непрерывные дроби. Аналитическая теория и приложения. – М.: Мир, 1985. – 414 с.
- 5.1.6. Дзядык В.К. Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. – Киев: Наук.думка, 1988. – 304 с.
- 5.1.7. Дзядык В.К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. – М: «Наука», 1977. – 512 с.
- 5.1.8. Люк Ю. Специальные математические функции и их аппроксимации. – М.: Мир, 1980. – 608 с.
- 5.1.9. Никишин Е.М., Сорокин В.Н. Рациональные аппроксимации и ортогональность. – М.: Наука, 1988. – 254 с.
- 5.1.10. Уолш Дж.Л. Интерполяция и аппроксимация рациональными функциями в комплексной области. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1961. – 508 с.
- 5.1.11. Annie Cuyt. Pade Approximants for Operators: Theory and Applications. – Lecture Notes in Mathematics. – **1065**. – Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1984. – 138 p.

5.2. Додаткові рекомендовані джерела

- 5.2.1. Кучмінська Х. Й. Двовимірні неперервні дроби. - Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2010. - 218с.
- 5.2.2. Корнейчук Н.П. Сплайны в теории приближения. – М.: Наука, 1984. – 352 с.
- 5.2.3. Никольский С.М. Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. - М: Наука, 1977. – 456 с.
- 5.2.4. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений. – М.: Изд-во МГУ, 1976. – 304 с.
- 5.2.5. Суетин П.К. Ряды по многочленам Фабера. – М.: Наука, 1984. – 336 с.

| | | |
|--|--|-------------|
| Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Теорія раціональної апроксимації» | Спеціальність: 113 «Прикладна математика» | Стор. 8 з 9 |
|--|--|-------------|

5.2.6. Русак В. Н. Рациональные функции как аппарат приближения. — Минск : БГУ, 1979. — 173 с.

6. РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНКИ

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом дано у розділі 2. Рейтинг аспіранта другого року із спеціальності 113 Прикладна математика з даної дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- | | |
|---|------------|
| 1. Експрес-контроль | - 20 балів |
| 2. Індивідуальні заняття та самостійна робота | - 40 балів |
| 3. Екзамен | - 40 балів |

Заохочувальні і штрафні бали:

- Відсутність на лекції без поважних причин
- (-) 1 бал
 - Відсутність на індивідуальних заняттях без поважних причин
(-) 2 бали
 - Подана в журнал стаття за темою курсу + (+) 10 балів
- Сума як штрафних, так і заохочувальних балів не має перевищувати $0,1R=10$ балів.

Система рейтингових балів та критерії оцінювання.

1. Експрес-контроль (ваговий бал – 20) проводиться з метою перевірки якості роботи студента в аудиторії і самостійної роботи в позааудиторний час шляхом усного описування чи самостійних робіт тривалістю 10 – 30 хвилин, або індивідуальних домашніх завдань протягом семестру.

2. Курс по вибору передбачає те, що аспірант планує скористатися отриманими знаннями в наукових дослідженнях, що в ідеальному варіанті означає підготовку наукових праць, де використовуються набуті знання. В процесі індивідуальних занять із викладачем та самостійної роботи, аспірант працює над вибраною темою дисертації. За це аспірант може отримати наступні бали:

- 10 балів – демонстрація розуміння того як матеріали курсу використовуються іншими дослідниками в наукових працях за темою дисертаційної роботи;
- 20 балів – демонстрація розуміння як теоретичні положення курси можна застосувати у власних дослідженнях за темою дисертаційної роботи;
- 30 балів – практичне використання набутих знань в дослідженнях за темою;
- 40 балів – використання набутих знань при підготовці публікацій за темою дисертаційної роботи.

| | | |
|--|--|-------------|
| Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Теорія раціональної апроксимації» | Спеціальність: 113 «Прикладна математика» | Стор. 9 з 9 |
|--|--|-------------|

3. Екзамен (ваговий бал - 40) складається аспірантом в аудиторний час і складається з 4 завдань, кожне з яких оцінюється в 10 балів.

Критерії оцінювання:

- а) правильно виконане завдання оцінюється в 10 балів
- б) частково виконане завдання оцінюється в 5-9 балів
- в) неправильно виконане завдання оцінюється в 0 балів.

Розрахункова шкала рейтингу для спеціальностей

Сума вагових балів протягом семестру складає:

$$R_C = 20 + 40 + 40 = 100 \text{ (балів).}$$

Рейтинг R_D аспіранта складається з рейтингу, одержаного протягом семестру з урахуванням заохочувальних і штрафних балів. Необхідною умовою допуску аспіранта до екзамену з дисципліни є позитивний рейтинг з усіх форм семестрової атестації. Аспіранти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані підвищити свій рейтинг, інакше вони не допускаються до екзамену з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість.